

Technische Universität Dresden

Beiträge zur Anwendung codierter OFDM-Modulation für drahtlose Übertragungssysteme

Dirk Sommer

von der Fakultät Elektrotechnik und Informationstechnik der Technischen Universität Dresden
zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktoringenieurs

(Dr.-Ing.)

genehmigte Dissertation

Vorsitzender: Prof. Dr.-Ing. habil. Finger

Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Fettweis
Prof. Dr. rer. nat. Rohling
Prof. Dr.-Ing. habil. Hoffmann

Tag der Einreichung: 26.11.2001

Tag der Verteidigung: 05.04.2002

Vorwort

Die nachfolgende Arbeit entstand im Rahmen meiner Tätigkeit am Lehrstuhl für Mobile Nachrichtensysteme der Technischen Universität Dresden.

Mein besonderer Dank für die Übernahme der Betreuung gilt dem Inhaber des Lehrstuhls, Herrn Prof. Gerhard Fettweis. Ferner möchte ich Herrn Prof. Hermann Rohling vom Arbeitsbereich Nachrichtentechnik der Technischen Universität Hamburg-Harburg und Herrn Prof. Rüdiger Hoffmann vom Institut für Akustik und Sprachkommunikation der Technischen Universität Dresden für die Übernahme der Korreferate danken.

Weiterhin gilt mein Dank Herrn Michael Schmidt für das Korrekturlesen des Manuskripts und die zahlreichen Hinweise und Diskussionen.

Ebenfalls danke ich den Mitarbeitern und Studenten des Instituts für Nachrichtentechnik, die im Rahmen des Forschungsprojekts „Innovationskolleg Kommunikationssysteme“ mitgewirkt haben, insbesondere den Herren Konstantin Kojucharow, Heiko Kaluzni und Frank Poegel, für die gute Zusammenarbeit und den Spaß beim Aufbau des 60-GHz-OFDM-Modems.

Allen Mitgliedern des Lehrstuhls MNS möchte ich für die vier netten Jahre danken.

Nicht zuletzt gilt mein Dank meinem Vater, für das Überprüfen des Manuskripts auf Rechtschreibfehler und für die Unterstützung meines Studiums.

Dresden, im November 2001

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Definitionen	5
2.1	Grundlegendes	5
2.1.1	DFT/IDFT	5
2.1.2	Abtastung	5
2.1.3	Zufallsprozesse	6
2.2	Das OFDM-System	6
2.2.1	Prinzip der OFDM-Übertragung	6
2.2.2	Modellierung und Definition des OFDM-Systems	7
2.3	Zeitdiskrete Modellierung	10
2.3.1	Modellierung mit $\sqrt{\text{Nyquist}}$ -Empfangsfilter	10
2.3.2	Modellierung mit realen Sende-/Empfangsfiltern	13
3	Modulation und Codierung für OFDM	19
3.1	Einleitung	19
3.1.1	Gegenstand der Untersuchungen	19
3.1.2	Voraussetzungen	20
3.1.3	Untersuchte Kanäle	21
3.2	Kanalkapazität von OFDM-Systemen	22
3.2.1	Definition	22
3.2.2	AWGN-Kanal	22
3.2.3	Kapazität bei Verwendung von OFDM über ISI-Kanäle	26
3.2.4	Kapazität mit Water-Filling	26
3.3	Modulations-/Codiervverfahren	27
3.3.1	Gemeinsame Betrachtung von Codierung und Modulation	27
3.3.2	Bit-Interleaved Coded Modulation	28
3.3.3	Modellierung eines BICM-OFDM-Systems	29
3.4	Kapazität bestimmter Kanäle	33
3.4.1	Zeitinvarianter ISI-Kanal (MD5)	33

3.4.2	Fading-Kanäle	36
3.4.3	Vergleich von BICM-OFDM gegenüber Einträgerübertragung mit iterativer Entzerrung	39
4	Water-Filling	43
4.1	Vereinfachtes Water-Filling – Grundlagen	43
4.1.1	Water-Filling für Rayleigh-Fading-Kanäle	44
4.1.2	Vereinfachtes Water-Filling für bestimmte Kanäle	48
4.2	Vereinfachtes Water-Filling – Simulationsergebnisse	49
4.2.1	MD5-2-Kanal	49
4.2.2	Zeitvarianter Rayleigh-Fading-Kanal	51
4.2.3	Feste Modulationsrate	52
4.2.4	Variable Datenrate	54
5	Anwendung der Ergebnisse auf Hiperlan/2	59
5.1	Einleitung	59
5.2	Systemüberblick Hiperlan/2	59
5.2.1	Sender	60
5.2.2	Kanalmodell	62
5.2.3	Empfängerstruktur	63
5.3	Hiperlan/2 – Ergebnisse	69
5.3.1	Vorbemerkung	69
5.3.2	Wahl der Coderate und des Modulationsalphabetes	70
5.3.3	Vergleich mit Datenratenanpassung	73
5.3.4	Vergleich der verschiedenen Methoden für Hiperlan/2	75
6	Zusammenfassung	79
	Literaturverzeichnis	81
A	Verzeichnis der verwendeten Symbole und Abkürzungen	87
A.1	Symbole	87
A.2	Abkürzungen	88
B	Verschiedenes	91
B.1	Turbo-Codes der Rate $1/4$ und $1/6$	91
B.1.1	Encoder	91
B.1.2	Decodierung	92
B.1.3	Codes der Rate $R_c = 1/6$	92

B.1.4	Evaluierung	93
B.2	Leistung zeitdiskret/zeitkontinuierlich	93
B.3	Diskrete Fouriertransformation einer zeitlich begrenzten Rauschfolge	94
B.4	Begründung für den Error-Floor beim Kanalmodell C	96

1 Einleitung

Für die drahtlose Übertragung digitaler Daten steht eine Vielzahl unterschiedlicher Verfahren zur Verfügung. Je nach Anwendung kommen klassische Einträgerverfahren, Spread-Spectrum-Verfahren, Orthogonales Frequenzmultiplex (Orthogonal Frequency Division Multiplexing, OFDM) oder auch Kombinationen wie Multi-Carrier-Spread-Spectrum zum Einsatz. Beispiele für Einträgerverfahren sind Mobilfunksysteme wie das paneuropäische GSM oder das amerikanische IS-54/IS-136. Spread-Spectrum wird z. B. im IS-95-Mobilfunksystem und in UMTS verwendet. Bereits existierende Anwendungen von OFDM beinhalten den terrestrischen digitalen Hör- und Fernsehgrundfunk (Digital Audio/Video Broadcasting, DAB bzw. DVB). Für die hochbitratige Übertragung im Indoorbereich ist seit einigen Jahren ebenfalls OFDM im Gespräch. Im Februar 2000 wurde auf Basis von OFDM vom European Telecommunications Standard Institute (ETSI) mit Hiperlan/2 ein Standard für die drahtlose Rechnernetzwerkung verabschiedet.

Die grundlegende Idee von OFDM ist die Unterteilung eines ursprünglich breitbandigen Kanals in viele schmalbandige Unterkanäle, deren Unterträger separat moduliert werden. In der Praxis geschieht dies aufwandsgünstig durch die Berechnung des Zeitsignals eines OFDM-Symbols mit Hilfe der inversen diskreten Fouriertransformation (IDFT), bzw. der schnellen Fouriertransformation (Fast Fourier Transformation, FFT), bei der ein Teil der Eingangswerte mit modulierten Datensymbolen belegt wird.

Gegenüber Einträgerverfahren besitzt OFDM im wesentlichen zwei Vorteile:

1. Durch die in weiten Grenzen wählbare Dauer der OFDM-Symbole kann in Verbindung mit einem Schutzintervall in einfacher Weise der Einfluß der Intersymbolinterferenz (ISI) eliminiert werden. Im Fall von DAB/DVB werden durch das Schutzintervall nicht nur die unterschiedlichen Laufzeiten von Signalen einer Sendestation, sondern auch die Laufzeiten der Signale unterschiedlicher Sendestationen ausgeglichen, so daß jedes Hörfunk- bzw. Fernsehprogramm landesweit nur eine Frequenz benötigt [73].

Auch wenn sich prinzipiell durch Einträgerverfahren mit nachgeschaltetem Entzerrer ebenso gute Ergebnisse erzielen lassen wie mit OFDM [4][18][64], ist aufgrund der begrenzten Rechenleistung eine optimale Entzerrung nicht immer möglich. Dies gilt insbesondere für trellisbasierte Verfahren, wie z. B. die APP- oder Viterbi-Entzerrung, bei denen der Aufwand exponentiell mit der Anzahl der Signalpunkte bzw. der Länge der Kanalimpulsantwort wächst.

2. Die optimale Ausnutzung des Übertragungskanals im Sinne der informationstheoretischen Kapazität setzt u. a. die Anpassung des Sendespektrums an den Kanal voraus. Hierzu muß der Kanal Sender und Empfänger bekannt sein. Bei OFDM-Übertragung

läßt sich diese Anpassung in einfacher Weise erreichen, indem man die Sendeleistung der Unterträger gemäß dem Water-Filling-Verfahren [43] auswählt.

Durch die Belegung der Unterträger mit in der Regel zufälligen Daten und anschließender IDFT sind Real- und Imaginärteil der Werte im Zeitbereich näherungsweise gaußverteilt. Ein Nachteil von OFDM besteht daher im – insbesondere im Vergleich zu Einträgerverfahren – maßgeblich erhöhten Crest-Faktor, der eine verringerte Effizienz des Sendeverstärkers zur Folge hat. Die Anwendung von OFDM ist daher in Geräten, bei denen die Leistungsaufnahme des Sendeverstärkers eine wesentliche Rolle spielt, nur begrenzt sinnvoll. Dies ist z. B. in vielen mobilen Terminals der Fall. Weiterhin muß die Genauigkeit der Frequenzkorrektur proportional zur Anzahl N der Unterträger sein, da der Einfluß des Frequenzoffsets immer relativ zum Unterträgerabstand zu sehen ist. Hierdurch werden bei vorgegebener Bandbreite der Anzahl der Unterträger und somit der Dauer des OFDM-Symbols Grenzen gesetzt. Aufgrund seiner inhärenten Probleme konzentrieren sich viele Arbeiten zu OFDM auf Aspekte der Synchronisation und der Peak-to-Average-Power-Reduktion (PAPR-Reduktion).

Ein weiterer Aspekt ist die Verbindung von Codierung und Modulation für OFDM. Allerdings scheinen noch nicht alle Zusammenhänge allgemein bekannt zu sein. Ein Beispiel ist der vor kurzem verabschiedete, auf OFDM basierende Hiperlan/2-Standard [27] zur drahtlosen Indoor-Kommunikation. In ihm sind zwei Übertragungsmodi verankert, die im Fading-Kanal trotz des geringeren Datendurchsatzes ein gleiches oder höheres Signal-Rausch-Verhältnis erfordern als andere. Man erzielt dort z. B. mit der Kombination BPSK/Coderate $R_c = 3/4$ schlechtere Ergebnisse als mit QPSK/ $R_c = 1/2$, vgl. [45][64]. Basierend auf Untersuchungen der Kanalkapazität lassen sich in einfacher Weise Verbesserungen durch Erweiterung des Modulationsalphabetes vornehmen.

Auch gibt es in der Literatur diverse Veröffentlichungen von Verfahren zur optimalen Belegungen der Unterträger mittels Bit-Loading, vgl. z. B. [17][29]. Weniger Beachtung fanden dagegen bisher vereinfachte Verfahren, mit deren Hilfe die Kapazität allein durch Water-Filling effektiver genutzt werden kann, ohne daß dies aufwendiges Bit-Loading beinhaltet. Deshalb wird der Aspekt von Water-Filling bei drahtlosen OFDM-Systemen näher betrachtet. Da im Gegensatz zu drahtgebundenen Systemen in der Regel von einem nicht-stationären Kanal mit begrenzter Kohärenzdauer ausgegangen werden muß, setzt die Anwendung von Water-Filling die ständige Anpassung des Water-Filling-Schemas an die wechselnden Kanalbedingungen voraus. Die rechenintensive Bestimmung der optimalen Leistungsverteilung für die Träger ist daher normalerweise nicht praktikabel, so daß andere suboptimale Kriterien zur Leistungsbelegung gefunden werden müssen.

Verschiedene Kanalmodelle dienen der Untersuchung der Sachverhalte. Zunächst werden einige zeitinvariante ISI-Kanäle mit Kanalprofilen herangezogen, deren Entzerrung bei Einträgerverfahren bekanntermaßen besondere Schwierigkeiten bereitet. Hierzu gehören z. B. sogenannte „Minimum-Distance“-Kanäle [54, Kap. 10.1]. Desweiteren wird gedächtnisfreier Kanal mit Rayleigh-Fading der Amplitude betrachtet. Zur praxisnäheren Modellierung der mobilen, drahtlosen Datenübertragung werden schließlich zeitvariante WSSUS-Kanäle (Wide Sense Stationary Uncorrelated Scattering) [38, Kap. 2] mit unterschiedlichen Verzögerungsleistungsdichten angenommen. In allen Fällen überlagert sich dem Signal am Empfänger

weißes gaußsches Rauschen.

Die nachfolgenden Kapitel sind wie folgt gegliedert:

In Kapitel 2 werden die grundlegenden Ideen von OFDM kurz erläutert, um damit zwei Modelle für die Übertragung zu motivieren. Zunächst wird ein idealisiertes Modell unter der Annahme perfekter Synchronisation und eines $\sqrt{\text{Nyquist}}$ -Empfangsfilters abgeleitet. Anschließend wird ein Modell beschrieben, bei dem durch Überabtastung die endlich steilen Filterflanken am Rand des Übertragungskanals korrekt modelliert werden können. Das zweite Modell wird später im Zusammenhang mit der weitergehenden Modellierung eines realen Übertragungssystems in Kap. 5 verwendet.

Das Kapitel 3 beinhaltet grundlegende Betrachtungen zu Kanalmodellen, Kapazitäten sowie zu Modulations- und Codierverfahren. Hiervon ausgehend werden anhand einiger Beispiele Möglichkeiten zur optimierten Auswahl von Coderate und Modulationsalphabet aufgezeigt. Zusätzlich findet ein Vergleich von Ergebnissen der konzeptionell einfachen Kombination von OFDM, binärer Codierung und bitweisem Interleaving (OFDM-BICM) mit dem relativ aufwendigen Verfahren der iterativen Entzerrung für Einträgerübertragung mit ISI statt.

In Kapitel 4 werden Möglichkeiten diskutiert, die das bekannte Water-Filling-Verfahren erheblich vereinfachen. Im wesentlichen besteht die Vereinfachung darin, die Leistungsverteilung nicht gemäß der informationstheoretisch optimalen Lösung vorzunehmen, sondern schlechtere Unterträger wegzulassen und die überschüssige Sendeleistung gleichmäßig auf die restlichen Träger zu verteilen. Zusätzlich wird die Frage behandelt, wie dann die Auswahl dieser Unterträger mit möglichst geringem Aufwand erfolgen kann. Interessanterweise kann man die Verluste trotz der vereinfachten Art des Water-Fillings und der Trägersauswahl auf wenige Zehntel dB begrenzen.

Kapitel 5 beschäftigt sich am Beispiel von Hiperlan/2 mit der Anwendung und der praktischen Implementierungsmöglichkeit der zuvor gewonnenen Erkenntnisse anhand eines realen Übertragungssystems. Abschließend werden die Ergebnisse in Kapitel 6 zusammengefaßt.

2 Definitionen

2.1 Grundlegendes

2.1.1 DFT/IDFT

Als diskrete Fouriertransformation (DFT), bzw. inverse diskrete Fouriertransformation (IDFT) der Länge N werden die Zusammenhänge

$$X(l) = \text{DFT}_N\{x(k)\} \iff X(l) = \sum_{k=-N/2}^{N/2-1} x(k)e^{-j2\pi kl/N} \quad (2.1)$$

$$x(k) = \text{IDFT}_N\{X(l)\} \iff x(k) = \frac{1}{N} \sum_{l=-N/2}^{N/2-1} X(l)e^{j2\pi kl/N} \quad (2.2)$$

mit $k, l \in \mathbb{Z}_{-N/2}^{N/2-1}$ und $x(k), X(l) \in \mathbb{C}$ bezeichnet.

Allgemein kennzeichne \mathbb{Z}_a^b die Menge der ganzen Zahlen im Bereich von a bis b , vereinfachend sei weiterhin $\mathbb{Z}_N = \mathbb{Z}_{-N/2}^{N/2-1}$. Zuweilen laufen bei Anwendung der DFT/IDFT die Indizes von auf den Bereich von \mathbb{Z}_N beschränkten Folgen aus dem Definitionsbereich hinaus. In diesem Fall ist der Index „mod N “ zu verstehen, ohne daß es einer besonderen Erwähnung bedarf.

2.1.2 Abtastung

Durch Abtastung eines zeitkontinuierlichen Signals $s_c(t)$ mit der Rate $1/T$ entsteht die Folge $s(k)$ mit Abtastwerten

$$s(k) = s_c(kT). \quad (2.3)$$

Im Gegensatz hierzu wird die Folge $h(k)$ als Abtastfolge einer zeitkontinuierlichen Impulsantwort $h_c(t)$ durch

$$h(k) = Th_c(kT) \quad (2.4)$$

definiert, um jeweils eine bezüglich der Zeit dimensionslose Größe zu erhalten.¹

Erfolgt eine weitere Dezimation der Folge $s(k)$ mit dem Faktor l_s , d. h. $x(k) = s(l_s k)$, so gilt [61, Kap. 2.4]

$$X(l) = \frac{1}{l_s} \sum_{m=0}^{l_s-1} S(l - mN), \quad (2.5)$$

¹Eine Impulsantwort besitzt immer die Einheit 1/s.

wenn $S(l) = \text{DFT}_{l_s N}\{s(k)\}$ und $X(l) = \text{DFT}_N\{x(k)\}$.

Wird umgekehrt eine Folge $x(k)$ durch Einfügen von je $l_s - 1$ Nullen zwischen den Werten gespreizt, $s(k) = \{\dots, 0, x(0), 0, \dots, 0, x(1), 0, \dots, 0, x(2), 0, \dots\}$, wiederum mit $x(k) = s(l_s k)$, so gilt für die DFT der Folgen $s(k)$ und $x(k)$

$$S(l - mN) = X(l), \quad m \in \mathbb{Z}_0^{l_s-1}, \quad l \in \mathbb{Z}_N. \quad (2.6)$$

2.1.3 Zufallsprozesse

Die mittlere Leistung eines zeitkontinuierlichen, stationären, mittelwertfreien Zufallsprozesses $n_c(t)$ ist durch

$$\sigma_{n_c}^2 = s_{n_c n_c}(\tau = 0) \quad (2.7)$$

gegeben, wobei

$$s_{n_c n_c}(\tau) = E(n_c^*(t)n_c(t + \tau)) \quad (2.8)$$

die Autokorrelationsfunktion (AKF) von $n_c(t)$ darstellt und $E(\cdot)$ den Scharmittelwert. Bei Abtastung von $n_c(t)$ entsteht der zeitdiskrete Zufallsprozeß $n(k)$ mit $n(k) = n_c(kT)$. Aufgrund der Stationarität von $n_c(t)$ gilt für die AKF

$$s_{nn}(k) = s_{n_c n_c}(kT) \quad (2.9)$$

bzw. bei weiterer Reduktion der Abtastrate, d. h. Dezimation von $n(k)$ gemäß $n'(k) = n(l_s k)$, gilt der Zusammenhang

$$s_{n'n'}(k) = s_{nn}(l_s k). \quad (2.10)$$

Das Leistungsdichtespektrum des zeitkontinuierlichen Zufallsprozesses $n_c(t)$ ist durch die Fouriertransformierte der AKF gegeben,

$$S_{n_c n_c}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} s_{n_c n_c}(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau, \quad (2.11)$$

und das Leistungsdichtespektrum des zeitdiskreten Zufallsprozesses $n(k)$ durch

$$S_{nn}(f) = S_{z,nn}(z = e^{j2\pi fT}) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} s_{nn}(k) e^{-j2\pi fTk}, \quad (2.12)$$

mit $S_{z,nn}(z)$ der zweiseitigen Z-Transformierten von $s_{nn}(k)$.

2.2 Das OFDM-System

2.2.1 Prinzip der OFDM-Übertragung

Das Prinzip der OFDM-Übertragung ist vielfach beschrieben worden [16, 72, 75, 73] und soll daher hier nur kurz erläutert werden.

Bei gewöhnlicher Einträgerübertragung mit Pulsamplitudenmodulation (Single Carrier Transmission, SCT) werden die Modulationssymbole $a(k) \in \mathcal{A}$, $k \in \mathbb{Z}$, zu den Zeitpunkten kT gewichtet mit dem Impuls $Th_{c,tx}(t)$ gesendet, wobei $h_{c,tx}(t)$ die Impulsantwort des Sendefilters darstellt. Im einfachsten Fall ist $h_{c,tx}(t)$ ein Rechteckimpuls im Intervall $[0, T)$. Die gesendeten Symbole durchlaufen einen Kanal mit Impulsantwort $h_{c,ch}(t)$, wobei die Dauer T_L als Summe der Dauer von $h_{c,tx}(t)$ und $h_{c,ch}(t)$ zumeist größer als die Symboldauer T ist. Folglich überlagern sich am Empfänger die Sendesymbole, und es tritt Intersymbolinterferenz auf. Zur Elimination der ISI wird am Empfänger zumeist ein Entzerrer eingesetzt, der die ursprünglich gesendete Symbolfolge $a(k)$ oder eine Wahrscheinlichkeitsinformation über die $a(k)$ aus dem Empfangssignal wiedergewinnen soll. Die hierfür verwendeten Entzerralgorithmen können unter Umständen sehr rechenaufwendig sein.

Im Gegensatz dazu wird bei OFDM die Sendedauer T_0 der Modulationssymbole künstlich so verlängert, daß sie wesentlich länger als die Dauer von Sendefilter/Kanalimpulsantwort ist, $T_0 = NT \gg T_L$. Hierdurch reduziert sich einerseits die Datenrate, andererseits aber auch die benötigte Bandbreite. Um innerhalb der gleichen Bandbreite die gleiche Datenrate wie beim Einträgerverfahren zu erreichen, werden die Daten parallel auf verschiedenen Unterträgern übertragen. Sollen die einzelnen Unterträger zueinander orthogonal sein, so beträgt der minimale Frequenzabstand $f_{sc} = 1/(NT)$.

In der Praxis bilden die Modulationssymbole der Unterträger den Eingang einer inversen diskreten Fouriertransformation (IDFT), mit deren Hilfe ein entsprechendes Zeitsignal der Dauer T_0 vorberechnet und nachfolgend als Ganzes auf den Mitterträger aufmoduliert übertragen wird. Der Empfänger nimmt zur Rekonstruktion nach der Abtastung eine DFT vor, an deren Ausgang die ursprünglich gesendeten Modulationssymbole multipliziert mit der Unterträgercharakteristik anliegen. Um die Orthogonalität der Symbole am Ausgang der DFT zu gewährleisten, wird zuvor das Zeitsignal am Sender zyklisch erweitert. Hierdurch überführt man die lineare Faltung des Sendesignals durch den Kanal in eine zyklische Faltung. Man spricht dann von orthogonalem Frequenzmultiplex (Orthogonal Frequency Division Multiplexing, OFDM).

2.2.2 Modellierung und Definition des OFDM-Systems

Das OFDM-System wird zunächst idealisiert, d. h. bei Belegung aller Unterträger, idealen AD-/DA-Wandlern sowie perfekter Zeit- und Frequenzsynchronisation, betrachtet. Ein Modell von Sender und Empfänger zeigen Bild 2.1 und Bild 2.2. Der Unterträgerabstand beträgt f_{sc} , die Abtastrate $1/T$ und die OFDM-Symboldauer $T_0 = 1/f_{sc} = NT$.

Signalanteil

Jeweils m_q zu übertragende Bits $\underline{x}(l) = (x[0](l), x[1](l), \dots, x[m_q - 1](l))$, $x[i](l) \in \{0, 1\}$, werden zunächst gemäß Bild 2.1 einem von $M_q = 2^{m_q}$ möglichen komplexen Sendesymbolen $A(l) \in \mathcal{A}$ zugeordnet (QAM-Mapping). Die Sendefolge $a_u(k)$ des OFDM-Symbols im

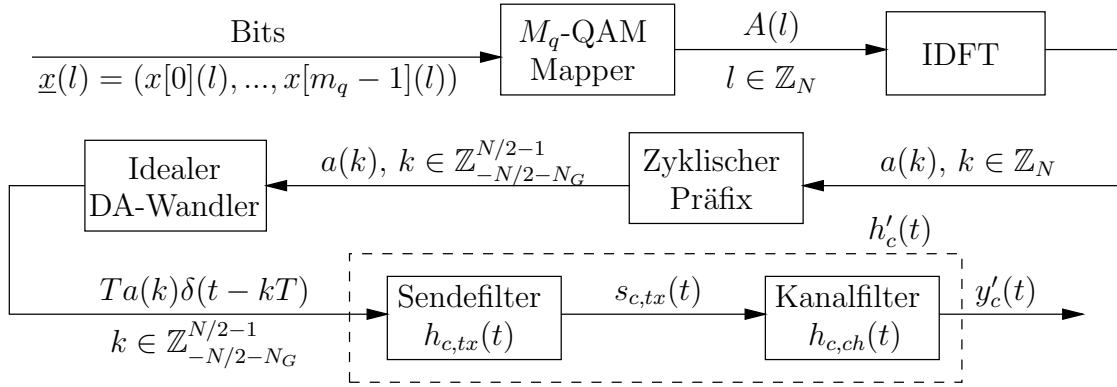


Bild 2.1: OFDM-Sender

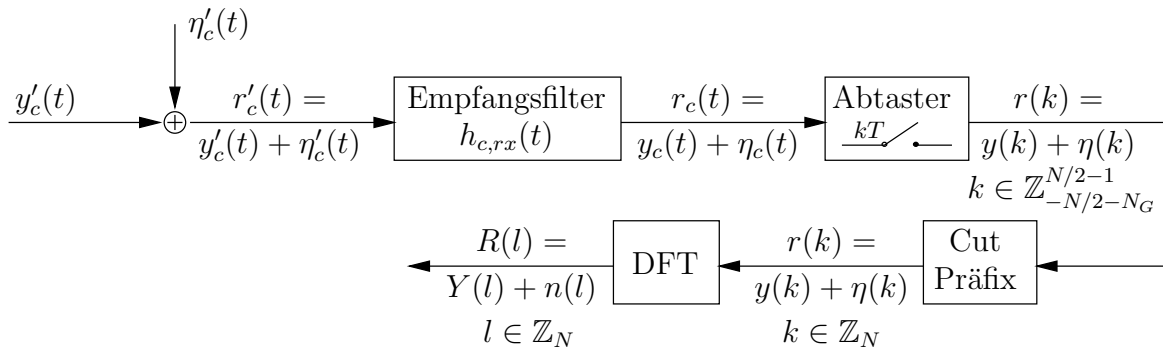


Bild 2.2: OFDM-Empfänger

Zeitbereich ist dann durch

$$a_u(k) = \frac{1}{N} \sum_{l \in \mathbb{Z}_N} A(l) e^{j2\pi kT l f_{sc}} = \frac{1}{N} \sum_{l \in \mathbb{Z}_N} A(l) e^{j2\pi kl/N}, \quad k \in \mathbb{Z},$$

gegeben. Die Länge der Folge $a_u(k)$ sei zunächst nicht beschränkt. Die Werte $a_u(k)$ sind durch die IDFT der modulierten Datensymbole $A(l)$, $l \in \mathbb{Z}_N$, gegeben. Die ideale Delta-Impulsfolge $s_{c,u}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_u(k) T \delta(t - kT)$ soll dann am Eingang des Sendefilters mit Impulsantwort $h_{c,tx}(t)$ anliegen, so daß sich

$$s_{c,tx,u}(t) = s_{c,u}(t) * h_{c,tx}(t) = T \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_u(k) h_{c,tx}(t - kT) \quad (2.14)$$

als zunächst ebenfalls zeitlich unbegrenztes Sendesignal ergibt. Das Symbol „ $*$ “ kennzeichne die Faltung.

Das Sendesignal $s_{c,tx,u}(t)$ durchläuft den Kanal mit der zeitkontinuierlichen Impulsantwort $h_{c,ch}(t)$ und das Empfangsfilter $h_{c,rx}(t)$. Die Gesamtimpulsantwort des Systems von Sendefilter, Empfangsfilter und Kanal ist dann

$$h_c(t) = h_{c,tx}(t) * h_{c,ch}(t) * h_{c,rx}(t). \quad (2.15)$$

Am Empfänger erhält man so vor der Abtastung unter Vernachlässigung des Rauschanteils das zeitkontinuierliche Signal

$$y_c(t) = \frac{T}{N} \sum_{l \in \mathbb{Z}_N} \sum_{k=-\infty}^{\infty} A(l) e^{j2\pi kl/N} h_c(t - kT), \quad (2.16)$$

das zu den Zeitpunkten $t = iT$ abgetastet werden soll. Der Empfänger² (Bild 2.2) berechnet die diskrete Fouriertransformation der Abtastwerte im Bereich $i \in \mathbb{Z}_N$. Für die transformierten Werte ergibt sich

$$\begin{aligned} Y(l) &= \sum_{i \in \mathbb{Z}_N} y_c(iT) e^{-j2\pi il/N} \\ &= \frac{1}{N} \sum_{i \in \mathbb{Z}_N} \sum_{m \in \mathbb{Z}_N} \sum_{k=-\infty}^{\infty} A(m) e^{j2\pi km/N} T h_c(iT - kT) e^{-j2\pi il/N} \\ &= \frac{1}{N} \sum_{m \in \mathbb{Z}_N} A(m) \sum_{i \in \mathbb{Z}_N} \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(i - k) e^{-j2\pi(i-k)m/N} e^{j2\pi i(m-l)/N} \\ &= \frac{1}{N} \sum_{m \in \mathbb{Z}_N} A(m) \sum_{i \in \mathbb{Z}_N} H(m) e^{j2\pi i(m-l)/N}, \end{aligned} \quad (2.17)$$

wobei $h(i - k) = T h_c((i - k)T)$ und $H(l) = \text{DFT}_N\{h(k)\}$ ist. Da $|m - l| < N$ gilt und

$$\sum_{i \in \mathbb{Z}_N} e^{j2\pi i(m-l)/N} = N \delta_k(m - l) \quad \text{für} \quad |m - l| < N, \quad (2.18)$$

folgt schließlich, daß

$$Y(l) = A(l)H(l). \quad (2.19)$$

Im folgenden sei angenommen, daß die zeitliche Dauer des Gesamtkanals $h_c(t)$ auf den Bereich $0 \leq t < LT$ mit $L < N$ beschränkt ist, d. h.

$$h_c(t) = 0 \quad \text{für } t < 0 \text{ sowie für } t \geq LT. \quad (2.20)$$

Damit die Folge $H(l)$ die diskrete Fouriertransformierte von $h(k)$ ist, muß in der Summe

$$H(l) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(i - k) e^{-j2\pi(i-k)l/N} \quad (2.21)$$

aus (2.17) das Argument von h für alle auftretenden $i \in \mathbb{Z}_N$ zumindest all diejenigen Werte durchlaufen, für die gilt $h(i - k) \neq 0$, d. h. es muß $i - k \geq 0$ und $i - k \leq L - 1 \quad \forall i \in \mathbb{Z}_N$ gelten. Betrachtet man für beide Fälle das jeweils „ungünstigste“ i , so folgt, daß der Index k in (2.17) mindestens alle Werte zwischen

$$k \geq -(L - 1) - \frac{N}{2} \quad \text{und} \quad k \leq \frac{N}{2} - 1 \quad (2.22)$$

²Auf die Demodulation der gesendeten Bits $\underline{x}(l)$ wird in Bild 2.2 nicht eingegangen, da sie in dieser Arbeit nur im Zusammenhang mit der entsprechenden Codierung/Decodierung betrachtet werden soll, siehe Kap. 3.

annehmen muß. Es genügt also, das OFDM-Symbol am Sender auf die Folge

$$a(k) = a_u(k) \quad \text{für} \quad k \in \mathbb{Z}_{-N/2-(L-1)}^{N/2-1} \quad (2.23)$$

bzw. das zeitkontinuierliche Sendesignal gemäß

$$s_{c,tx}(t) = s_{c,tx,u}(t) \quad \text{für} \quad -(L-1) - N/2 T \leq t < (N/2 - 1)T \quad (2.24)$$

zu beschränken, wovon im folgenden ausgegangen wird, vgl. Bild 2.1. Hierbei stellen die über den Bereich von $-N/2$ bis $N/2 - 1$ hinausgehenden $N_G = L - 1$ Abtastwerte das Schutzintervall (Guard Interval) dar. Die Zeitdauer $T_G = N_G T$ wird als Schutzzeit (Guard Time) bezeichnet.

Durch die in realen Übertragungssystemen vorgegebene Bandbreitenbeschränkung kann die Bedingung nach (2.20) nicht exakt eingehalten werden, und es entsteht Rest-Intersymbolinterferenz. Diese wird jedoch im allgemeinen vernachlässigt [30].

Rauschanteil

Das Rauschsignal $n_c(t)$ ist i. allg. nach der Filterung mit dem Empfangsfilter $h_{c,rx}(t)$ nicht mehr weiß. Durch die zeitliche Begrenzung und die DFT verliert das Rauschen nach der Transformation außerdem zumeist die Eigenschaft der Stationarität. Seine Modellierung hängt stark von der Art des Empfangsfilters ab und ist daher genauer in Abs. 2.3 erläutert.

2.3 Zeitdiskrete Modellierung

2.3.1 Modellierung mit $\sqrt{\text{Nyquist}}$ -Empfangsfilter

Rauschleistung

Die Verwendung eines $\sqrt{\text{Nyquist}}$ -Empfangsfilters vereinfacht die analytische Behandlung des additiven Rauschens im Zusammenhang mit der nachfolgenden DFT. Davon abgesehen gibt es bei OFDM keinen speziellen Grund, am Eingang des Empfängers ein $\sqrt{\text{Nyquist}}$ -Empfangsfilter vorzusehen. Es wäre auch in der Praxis schwer zu realisieren.

Nach Bild 2.2 überlagert sich dem OFDM-Signal am Empfängereingang das Rauschsignal $\eta'_c(t)$. Es soll aus einem stationären weißen Gaußprozeß hervorgehen, der im Frequenzbereich $|f| < (1 + \beta)f_g/2$ die konstante zweiseitige spektrale Rauschleistungsdichte $S_{\eta'_c\eta'_c}(f) = N_0$ besitzt, wobei $f_g = 1/T$ ist. Hierbei stellt β den sogenannten Roll-Off-Faktor eines als ideal angenommenen $\sqrt{\text{Nyquist}}$ -Empfangsfilters $h_{c,rx}(t)$ dar, dessen Übertragungsfunktion (Fouriertransformierte) beispielsweise eine $\sqrt{\cos}$ -Funktion,

$$H_{c,rx}(f) = \begin{cases} 1 & , \quad |f| < \frac{f_g}{2}(1 - \beta) \\ \sqrt{\frac{1 - \sin\left(\frac{\pi|f - f_g/2|}{\beta f_g}\right)}{2}} & , \quad \frac{f_g}{2}(1 - \beta) \leq |f| \leq \frac{f_g}{2}(1 + \beta) \\ 0 & , \quad |f| > \frac{f_g}{2}(1 + \beta) \end{cases} \quad (2.25)$$

sein kann. Die genaue Filterfunktion ist jedoch unwichtig, solange

$$|H_{c,rx}(f \pm f_g/2)|^2 + |H_{c,rx}(-f \pm f_g/2)|^2 = 1, \quad |f| \leq \beta f_g/2, \quad (2.26)$$

für die Übergangsbereiche sowie $|H_{c,rx}(f)| = 1$ innerhalb und $H_{c,rx}(f) = 0$ außerhalb der Übergangsbereiche gilt. Das Leistungsdichtespektrum des Rauschens $\eta_c(t) = \eta'_c(t) * h_{c,rx}(t)$ nach der Filterung beträgt

$$S_{\eta_c\eta_c}(f) = S_{\eta'_c\eta'_c}(f)|H_{c,rx}(f)|^2 = N_0|H_{c,rx}(f)|^2. \quad (2.27)$$

Für die Varianz von $\eta_c(t)$ erhält man

$$\sigma_{\eta_c}^2 = s_{\eta_c\eta_c}(0) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{\eta_c\eta_c}(f)df = N_0f_g. \quad (2.28)$$

Da $\eta_c(t)$ stationär ist, gilt $s_{\eta\eta}(k) = s_{\eta_c\eta_c}(kT)$, vgl. (2.9), und die Abtastfolge $\eta(k) = \eta_c(kT)$ besitzt ebenfalls die Varianz $\sigma_{\eta}^2 = s_{\eta\eta}(0) = s_{\eta_c\eta_c}(0) = N_0f_g$. Die spektrale Leistungsdichte von $\eta(k)$ ergibt sich zu [35, Kap. 3.7]

$$S_{\eta\eta}(f) = S_{z,\eta\eta}(z = e^{j2\pi fT}) = \frac{1}{T} \sum_{i=-\infty}^{\infty} S_{\eta_c\eta_c}(f - if_g) = N_0f_g. \quad (2.29)$$

Die Abtastwerte $\eta(k)$ des Rauschens sind somit weiß und, da $\eta_c(t)$ als gefiltertes gaußsches Rauschen wiederum gaußverteilt ist, ebenfalls gaußverteilt. Werden N Abtastwerte von $\eta(k)$ diskret fouriertransformiert, $n(l) = \text{DFT}_N\{\eta(k)\}$, so bilden mit Definition (2.1) auch die transformierten Werte ein weißes gaußsches Rauschen mit Varianz

$$\sigma_n^2 = NN_0f_g = N\sigma_{\eta}^2, \quad (2.30)$$

vgl. Anh. B.3.

Signalleistung

Das Signal am Empfängereingang (ohne Rauschen) lautet

$$y'_c(t) = T \sum_{k=-N/2-N_G}^{N/2-1} a(k)h'_c(t - kT), \quad (2.31)$$

mit $h'_c(t) = h_{c,tx}(t) * h_{c,ch}(t)$ als kombinierter Impulsantwort aus Sendefilter und Kanal, siehe Bild 2.1. Bei einer mittleren Leistung der verwendeten Unterträger $S_A = E(|A(l)|^2)$, $l \in \mathbb{Z}_N$, beträgt die mittlere Leistung der Werte $a(k)$ im Zeitbereich $S_a = S_A/N$. Die $a(k)$ sind für große N aufgrund des zentralen Grenzwertsatzes [35, Kap. 3.8][11] näherungsweise gaußverteilt. Geht man weiter davon aus, daß die $a(k)$ Ergebnisse eines weißen, mittelwertfreien Zufallsprozesses sind³ und daß die skalierte Impulsantwort $Th'_c(t)$ auf

$$\int_{-\infty}^{\infty} |Th'_c(t)|^2 dt = T \quad (2.32)$$

³In realen Systemen sind die $a(k)$ nicht unbedingt weiß, insbesondere dann nicht, wenn ein Teil der Träger unbelegt ist oder die Träger mit ungleichmäßigen Leistungen belegt sind. Aus dieser Tatsache wird bei der Anwendung von Water-Filling Nutzen gezogen. Man steigert so das effektive E_s/N_0 am Empfängereingang.

normiert ist,⁴ so läßt sich die mittlere Energie eines kompletten OFDM-Symbols am Empfänger eingang durch Aufsummieren der Energie der Einzelimpulse berechnen,

$$E_{s,\text{OFDM}} = \mathbb{E} \left(\int_{-\infty}^{\infty} |y'_c(t)|^2 dt \right) = \sum_{-N/2-N_G}^{N/2-1} S_a \int_{-\infty}^{\infty} |Th'_c(t)|^2 dt = \frac{S_A}{N} (N + N_G) T, \quad (2.33)$$

bzw. es ergibt sich als mittlere Signalenergie pro belegtem Unterträger, d. h. pro Modulationssymbol,

$$E_s = \frac{S_A}{N} (1 + \frac{N_G}{N}) T. \quad (2.34)$$

Für das Verhältnis E_s/N_0 erhält man

$$\frac{E_s}{N_0} = \frac{S_A/N(1 + N_G/N)T}{\sigma_\eta^2/f_g} = \frac{S_A(1 + N_G/N)}{N\sigma_\eta^2}. \quad (2.35)$$

Weiterhin folgt aus (2.32), daß für die DFT der Abtastwerte $h(k) = Th_c(kT)$ der Gesamtimpulsantwort

$$\frac{1}{N} \sum_{i \in \mathbb{Z}_N} |H(i)|^2 \approx 1 \quad (2.36)$$

gilt. Unter der Annahme der Unkorreliertheit der Leistungsbelegung der $A(l)$ mit den Werten $H(i)$ ergibt sich mit (2.19) als mittlere Leistung auf den Unterträgern nach der DFT

$$S_Y = \frac{1}{N} \sum_{l \in \mathbb{Z}_N} \mathbb{E} (|Y(l)|^2) = \frac{1}{N} \sum_{l \in \mathbb{Z}_N} \mathbb{E} (|A(l)H(l)|^2) = S_A. \quad (2.37)$$

Somit erhält man für das mittlere SNR auf den Unterträgern nach der DFT mit (2.30)

$$\overline{\text{SNR}}_c = \frac{S_Y}{\sigma_n^2} = \frac{S_A}{N\sigma_\eta^2}. \quad (2.38)$$

Der Vergleich mit (2.35) zeigt, daß das $\overline{\text{SNR}}_c$ der transformierten Abtastwerte bis auf den Faktor $1 + N_G/N$, der durch Nichtberücksichtigung der zyklischen Erweiterung zustande kommt, mit E_s/N_0 übereinstimmt. Die DFT stellt daher nahezu ein signalangepaßtes Filter (Matched-Filter) dar, bei dem allerdings zur Beibehaltung der Orthogonalität der Unterträger die zyklische Erweiterung des Sendesignals vernachlässigt wird.

Zeitdiskretes Ersatzmodell

Die vorigen Ausführungen rechtfertigen das vereinfachte zeitdiskrete Ersatzmodell des OFDM-Systems nach Bild 2.3 und Bild 2.4. Hier wird das weiße gaußsche Rauschen nach der Filterung des Sendesignals eingespeist. Als Filterfunktion ist nur eine kombinierte Gesamtimpulsantwort $h(k) = h_{tx}(k) * h_c(k) * h_{rx}(k)$ vorgesehen. Die Annahme eines bandbegrenzten $\sqrt{\text{Nyquist}}$ -Filters widerspricht zwar der zeitlichen Begrenzung der Impulsantwort gemäß (2.20). Das Signal kann jedoch am Empfänger zeitlich verschoben werden, so daß zumindest der Hauptanteil der Energie im Bereich $t \in [0, LT)$ liegt.

⁴Die Normierung nach (2.32) entspricht näherungsweise einer Normierung der Abtastwerte $h'(k) = Th'_c(kT)$ auf $\sum_{k=-\infty}^{\infty} |h'(k)|^2 = 1$, vgl. Anh. B.2.

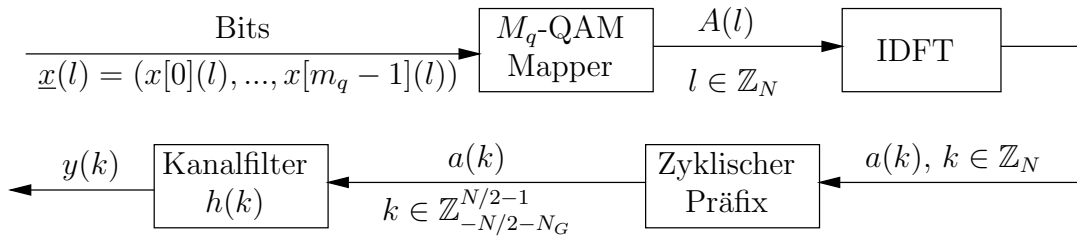


Bild 2.3: OFDM-Sender, idealisiertes zeitdiskretes Ersatzmodell

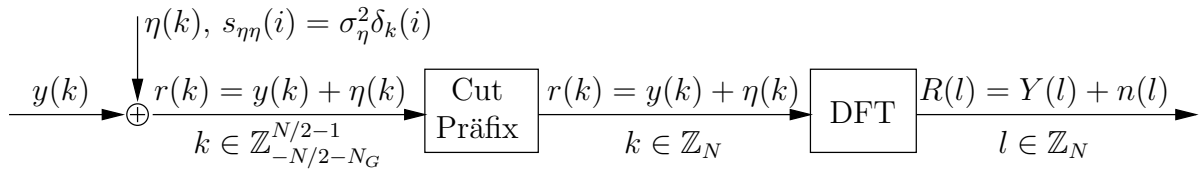


Bild 2.4: OFDM-Empfänger, idealisiertes zeitdiskretes Ersatzmodell

2.3.2 Modellierung mit realen Sende-/Empfangsfiltern

In realen Systemen werden statt des in analoger Form nicht realisierbaren $\sqrt{\text{Nyquist}}$ -Filters am Senderausgang bzw. am Empfängereingang üblicherweise Filter bekannter Struktur (Bessel, Butterworth, etc...) eingesetzt. Wegen der endlichen Steilheit der Filterflanken haben diese Filter nicht vernachlässigbare Anteile im Frequenzbereich $|f| > f_g/2$. Um eine Beeinflussung des Sende- bzw. Empfangssignals durch die Filterflanken zu vermeiden, werden in der Regel am Rand des Spektrums einige Träger weggelassen, so daß nur eine Anzahl $N_t \leq N$ der Unterträger belegt ist, d. h. $A(l) \neq 0$ für $l \in \mathbb{N}_t \subseteq \mathbb{Z}_N$. Um die realen Filter und die nur teilweise Belegung der Unterträger in die Modellierung miteinzubeziehen, ist es nötig, das idealisierte Modell nach Abs. 2.3.1 anzupassen.

Das modifizierte Übertragungsmodell zeigen Bild 2.5 und Bild 2.6. In die Sendefolge $a(k)$ der OFDM-Symbole werden dabei je $l_s - 1$ Nullen zwischen den Werten eingefügt, so daß

$$a_{l_s}(k) = \begin{cases} a(k/l_s) & \text{für } k = l_s m \\ 0 & \text{für } k \neq l_s m \end{cases} \quad (2.39)$$

als Folge mit der l_s -fachen Rate entsteht. Die Ratenerhöhung modelliert eine ideale DA-Wandlung am Sender. Aufgrund des Abtasttheorems kann das analoge System dann im Bereich $|f| < l_s f_g/2$ richtig simuliert werden, vgl. [48, Kap. 2.3]. Die zeitkontinuierlichen Filter $h_{c,tx}(t)$ und $h_{c,rx}(t)$ werden durch digitale Filter der Abtastrate $1/T_{l_s} = 1/(T/l_s)$ ersetzt, die im Bereich $|f| < l_s f_g/2$ eine Übertragungsfunktion besitzen, die den Anforderungen des zu untersuchenden Systems genügt. Ebenso erfolgt die Darstellung des Kanals und des additiven Rauschens mit der Rate $1/T_{l_s}$. Der Abtastvorgang am Empfänger wird durch Reduktion der Rate mit dem Faktor l_s nach dem Empfangsfilter modelliert.

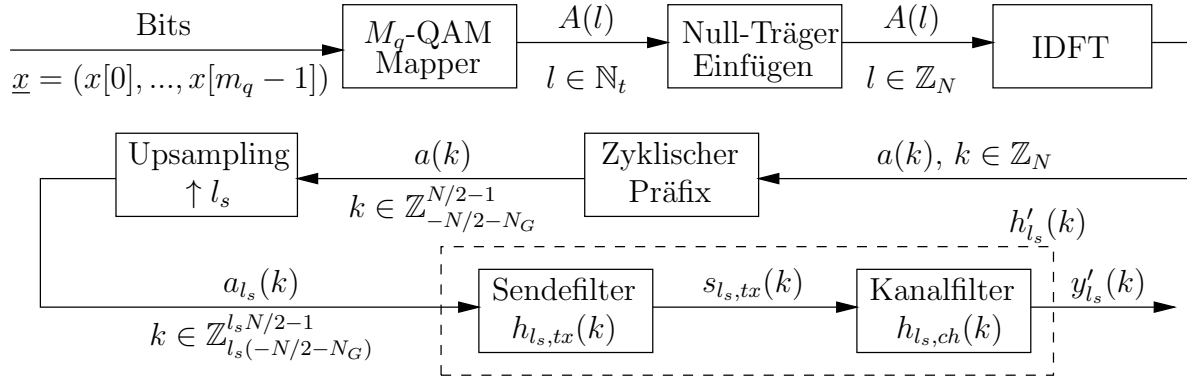


Bild 2.5: OFDM-Sender, zeitdiskretes Ersatzmodell mit Überabtastung

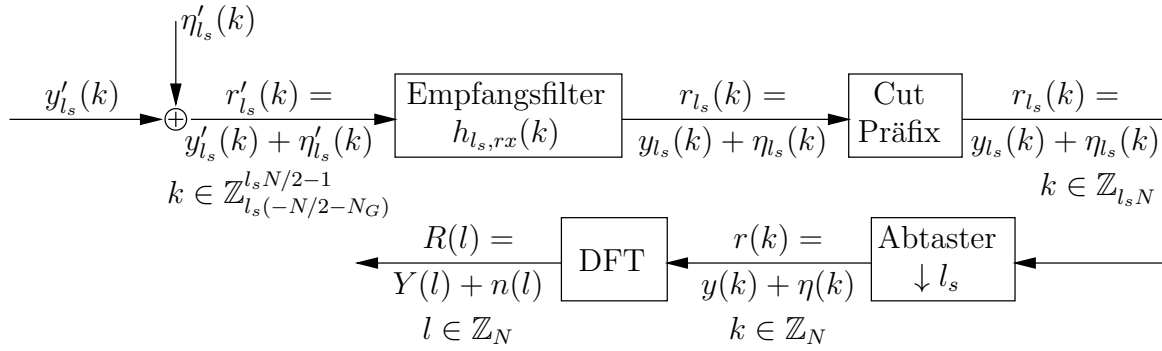


Bild 2.6: OFDM-Empfänger, zeitdiskretes Ersatzmodell mit Überabtastung

Signalleistung

In Analogie zu Abs. 2.3.1 beträgt die mittlere Leistung der Abtastwerte $a(k)$ vor der Ratenerhöhung $S_a = S_A N_t / N^2$. Die Ratenerhöhung um den Faktor l_s entspricht mit (2.6) der Ausführung einer $l_s N$ -IDFT eines im Frequenzbereich (d. h. bezüglich der Unterträger) zyklisch erweiterten Signals, es gilt

$$A_{l_s}(l - mN) = A(l), \quad m \in \mathbb{Z}_0^{l_s-1}. \quad (2.40)$$

Die mittlere Energie des nicht erweiterten OFDM-Symbols am Empfängereingang beträgt

$$E_{s,\text{OFDM}} = \mathbb{E} \left(\int_{-T_0/2}^{T_0/2} |y'_c(t)|^2 dt \right) = \mathbb{E} \left(\int_{-\infty}^{\infty} |Y'_c(f)|^2 df \right), \quad (2.41)$$

mit $Y'_c(f) = \int_{-T_0/2}^{T_0/2} y'_c(t) e^{-j2\pi ft} dt$.⁵ Die Energie $E_{s,\text{OFDM}}$ lässt sich jedoch nicht in so einfacher Weise über die Zeitbereichsimpulsantwort berechnen wie in Abs. 2.3.1, da – durch die

⁵Hier ist $Y'_c(f)$ nicht die Fouriertransformierte von $y'_c(t)$, sondern nur diejenige des auf den Bereich von $t \in [-T_0/2, T_0/2]$ begrenzten Signals $y'_c(t)$.

nur teilweise Belegung der Unterträger – die Folge $a(k)$ nicht weiß ist und die Empfangsleistung daher nicht nur von der mittleren Leistung der Unterträger am Sender, sondern auch vom Zusammenhang zwischen der Trägerbelegung und der Übertragungsfunktion von $h'_c(t)$ abhängt. Aufgrund der Struktur des OFDM-Sendesignals bietet sich eine näherungsweise Berechnung im Frequenzbereich mit Hilfe der in Anh. B.2, Gleichung (B.11), aufgeführten Zusammenhänge an. Es gilt

$$\begin{aligned}
 E_{s,\text{OFDM}} &\simeq \mathbb{E} \left(\frac{T_{l_s}}{l_s^2 N} \sum_{l \in \mathbb{Z}_{l_s N}} |Y'_{l_s}(l)|^2 \right) = \frac{T}{l_s^2 N} \mathbb{E} \left(\sum_{l \in \mathbb{Z}_{l_s N}} |A_{l_s}(l) H'_{l_s}(l)|^2 \right) = \\
 &= \frac{T}{l_s^2 N} \mathbb{E} \left(\sum_{l \in \mathbb{Z}_N} \sum_{m=0}^{l_s-1} |A_{l_s}(l - mN)|^2 |H'_{l_s}(l - mN)|^2 \right) \\
 &= \frac{T}{l_s^2 N} \mathbb{E} \left(\sum_{l \in \mathbb{Z}_N} \left(|A(l)|^2 \sum_{m=0}^{l_s-1} |H'_{l_s}(l - mN)|^2 \right) \right) \\
 &= \frac{T}{l_s^2 N} \sum_{l \in \mathbb{Z}_N} \left(\mathbb{E}(|A(l)|^2) \sum_{m=0}^{l_s-1} |H'_{l_s}(l - mN)|^2 \right) \\
 &= \frac{S_A T}{l_s^2 N} \sum_{l \in \mathbb{N}_t} \sum_{m=0}^{l_s-1} |H'_{l_s}(l - mN)|^2. \tag{2.42}
 \end{aligned}$$

Offensichtlich spielen für die Empfangsleistung nur die Koeffizienten der Übertragungsfunktion jener Unterträger eine Rolle, deren Träger auch belegt sind.

Für die Signalleistung am Empfänger auf dem l -ten Unterträger nach der DFT gilt

$$\begin{aligned}
 S_Y(l) &= \mathbb{E}(|Y(l)|^2) = \mathbb{E} \left(\left| \frac{1}{l_s} \sum_{m=0}^{l_s-1} Y_{l_s}(l - mN) \right|^2 \right) \\
 &= \frac{1}{l_s^2} \mathbb{E} \left(\left| \sum_{m=0}^{l_s-1} A_{l_s}(l - mN) H_{l_s}(l - mN) \right|^2 \right) \\
 &= \frac{1}{l_s^2} \mathbb{E}(|A(l)|^2) \left| \sum_{m=0}^{l_s-1} H_{l_s}(l - mN) \right|^2 \\
 &= \begin{cases} \frac{S_A}{l_s^2} \left| \sum_{m=0}^{l_s-1} H'_{l_s}(l - mN) H_{l_s,rx}(l - mN) \right|^2, & l \in \mathbb{N}_t \\ 0, & l \notin \mathbb{N}_t \end{cases} \tag{2.43}
 \end{aligned}$$

mit $\mathbb{E}(|A(l)|^2) = S_A$ für die belegten Träger und festem⁶ $H_{l_s}(l)$. Hierbei tragen auch die außerhalb des eigentlich interessierenden Frequenzbereiches liegenden Anteile zum Signal bei.

⁶Bei zufälligem $H_{l_s}(l)$, z. B. einem Rayleigh-Fading-Kanal, muß entsprechend auch noch $\mathbb{E}(|H_{l_s}(l)|^2)$ gebildet werden.

Rauschleistung

Das in einem im Bereich $f \in \left[-\frac{l_s f_g}{2}, \frac{l_s f_g}{2}\right]$ als weiß und gaußverteilt angenommene komplexe Rauschen $\eta'_c(t)$ der zweiseitigen Rauschleistungsdichte N_0 wird durch Abtastwerte $\eta'_{l_s}(k)$ der Varianz

$$\sigma_{\eta'_{l_s}}^2 = l_s N_0 f_g \quad (2.44)$$

mit AKF

$$s_{\eta'_{l_s}}(i) = \delta_k(i) l_s N_0 f_g. \quad (2.45)$$

modelliert. Nach der Filterung mit $h_{l_s,rx}(k)$ berechnet sich die AKF des Rauschens zu

$$s_{\eta_s \eta_s}(i) = s_{\eta'_{l_s}}(i) * h_{l_s,rx}(i) * h_{l_s,rx}^*(-i) = l_s N_0 f_g \cdot h_{l_s,rx}(i) * h_{l_s,rx}^*(-i). \quad (2.46)$$

Weiterhin gilt aufgrund der Stationarität von $\eta_c(t)$ nach der Abtastratenreduktion, vgl. (2.10),

$$s_{\eta\eta}(i) = s_{\eta_s \eta_s}(l_s i). \quad (2.47)$$

Die Berechnung des Rauscheinflusses auf das zu demodulierende OFDM-Signal gestaltet sich schwierig, da es sich aufgrund der zeitlichen Begrenzung durch die DFT um einen nicht-stationären Rauschprozeß handelt. Wie in Anh. B.3 erläutert wird, sind die Leistungen der Werte der DFT-transformierten Rauschfolge ungefähr proportional der DFT der AKF des Rauschens, vgl. (B.27). Konkret bedeutet dies, daß mit $n(l) = \text{DFT}_N\{\eta(k)\}$ und $S_{\eta,\eta}(l) = \text{DFT}_N\{s_{\eta\eta}(k)\}$ sowie $S_{\eta_s, \eta_s}(l) = \text{DFT}_{l_s N}\{s_{\eta_s \eta_s}(k)\}$ und $H_{l_s,rx}(l) = \text{DFT}_{l_s N}\{h_{l_s,rx}(k)\}$ und unter Zuhilfenahme von (2.5) und (2.46)

$$\begin{aligned} \sigma_n^2(l) &\approx N \cdot S_{\eta,\eta}(l) = \frac{N}{l_s} \sum_{m=0}^{l_s-1} S_{\eta_s \eta_s}(l - mN) \\ &= \frac{N}{l_s} \sum_{m=0}^{l_s-1} l_s N_0 f_g H_{l_s,rx}(l - mN) H_{l_s,rx}^*(l - mN) \\ &= N N_0 f_g \sum_{m=0}^{l_s-1} |H_{l_s,rx}(l - mN)|^2, \quad l \in \mathbb{Z}_N, \end{aligned} \quad (2.48)$$

folgt.

Signal-Rausch-Verhältnis

Für das mittlere Unterträger-SNR auf den belegten Trägern ergibt sich mit (2.42), (2.43) und (2.48)

$$\begin{aligned} \overline{\text{SNR}}_c &= \frac{1}{N_t} \sum_{l \in \mathbb{N}_t} \frac{S_Y(l)}{\sigma_n^2(l)} = \\ &= \frac{1}{N_t} \sum_{l \in \mathbb{N}_t} \left(\frac{\frac{S_A}{l_s^2} \left| \sum_{m=0}^{l_s-1} H'_{l_s}(l - mN) H_{l_s,rx}(l - mN) \right|^2}{N N_0 f_g \sum_{m=0}^{l_s-1} |H_{l_s,rx}(l - mN)|^2} \right). \end{aligned} \quad (2.49)$$

Sind die Signal- und Rauschanteile $|f| > f_g/2$ vernachlässigbar, so vereinfacht sich (2.49) zu

$$\overline{\text{SNR}}_c = \frac{1}{N_t} \sum_{l \in \mathbb{N}_t} \frac{\frac{S_A}{l_s^2} |H'_{l_s}(l) H_{l_s,rx}(l)|^2}{N N_0 f_g |H_{l_s,rx}(l)|^2} = \frac{S_A}{N_t l_s^2 N N_0 f_g} \sum_{l \in \mathbb{N}_t} |H'_{l_s}(l)|^2. \quad (2.50)$$

Bezieht man das mittlere $E_{s,\text{OFDM}}$ des abgeschnittenen OFDM-Symbols auf die Anzahl der Unterträger, $E_s = 1/N_t \cdot E_{s,\text{OFDM}}$, und vernachlässigt ebenfalls die Signalanteile $|f| > f_g/2$, so erhält man als mittleres E_s/N_0 , vgl. (2.42),

$$\frac{E_s}{N_0} = \frac{S_A}{N_t l_s^2 N N_0 f_g} \sum_{l \in \mathbb{N}_t} |H'_{l_s}(l)|^2 = \overline{\text{SNR}}_c. \quad (2.51)$$

Somit ist erkennbar, daß auch in einem realen OFDM-System die DFT die Rolle des Matched-Filters übernimmt, unter Vernachlässigung der zyklischen Erweiterung.

Interessanterweise spielt dabei der Frequenzgang des Empfangsfilters keine Rolle, solange die Amplitude der Übertragungsfunktion innerhalb des interessierenden Frequenzbereiches wesentlich größer ist als außerhalb. Bei Nichteinhaltung der letzten Forderung fließen Rauschanteile aus den durch die Abtastung verschobenen höheren Frequenzbereichen allerdings entsprechend der Übertragungsfunktion des Empfangsfilters in das mittlere $\overline{\text{SNR}}_c$ ein, während Signalanteile in diesen Frequenzbereichen durch das Sendefilter fast nicht vorhanden sind, also auch keinen positiven Beitrag zum $\overline{\text{SNR}}_c$ nach (2.49) leisten können.

Normalerweise sind die Träger nicht bis an den Rand des Frequenzbereiches belegt, sondern nur bis zu einem Abstand vom Mitterträger $f_{\max} = l_{\max} f_{sc}$ mit $l_{\max} < N/2$. Daher ist es ausreichend, wenn das Empfangsfilter die Forderung

$$|H_{l_s,rx}(i)| \ll |H_{l_s,rx}(j)| \quad \forall \quad |i| \geq N - l_{\max}, \quad |j| \leq l_{\max}, \quad (2.52)$$

erfüllt.

Bislang wurden Aspekte realer OFDM-Systeme, wie z. B. Zeit- und Frequenzsynchronisation oder Kanalschätzung, nicht betrachtet. Da sie nicht den Hauptaspekt dieser Arbeit darstellen, sollen sie nicht allgemein, sondern in Kap. 5 am konkreten Beispiel beschrieben werden.

3 Modulation und Codierung für OFDM

3.1 Einleitung

Die Verbindung von Codierung und Modulation bei verschiedenen Übertragungsverfahren spielt in der Literatur eine wichtige Rolle und wurde von diversen Autoren behandelt. Ungerböck zeigte anhand von Kapazitätsbetrachtungen, daß es für AWGN-Kanäle in der Regel ausreichend ist, bei Verwendung von Codierung das Modulationsalphabet um 1 Bit zu erweitern [69]. Für Fading-Kanäle schlugen Hansson und Aulin [36] zur Ausnutzung des Diversity-Effektes die Ausweitung des Modulationsalphabetes um mehr als nur 1 Bit vor (Channel Symbol Expansion Diversity, CSED), wodurch bei Rayleigh-Fading verbesserte Ergebnisse möglich sind, insbesondere in Verbindung mit Bit-Interleaving. Rohling und Grünheid verglichen verschiedene Kombinationen von Modulationsalphabet und Coderate bezüglich der Bitfehlerrate [56] bei fester Bandbreiteneffizienz am Beispiel von DAPSK-OFDM.

Unabhängig hiervon besteht bei OFDM die Möglichkeit, durch individuelle Anpassung der Unterträgersendeleistungen an die Kanalbedingungen den Übertragungskanal im Sinne der Informationstheorie optimal zu nutzen. Man bezeichnet dieses Verfahren als „Water-Filling“, vgl. [21, Kap. 10] oder [43, Kap. 7]. Das Weglassen von Unterträgern mit schlechtem Signal-Rausch-Verhältnis stellt eine stark vereinfachte Möglichkeit des Water-Fillings dar und wurde ebenfalls von Rohling und Grünheid in [55] untersucht. Eine weitere, zusammenfassende Darstellung findet sich in [57].

3.1.1 Gegenstand der Untersuchungen

Bei Übertragung von Daten durch OFDM über frequenzselektive Kanäle mit Kohärenzzeiten in der Größenordnung einiger OFDM-Symbole ist es nicht unbedingt sinnvoll, das Water-Filling-Theorem anzuwenden und die Träger mit unterschiedlichen Leistungen zu belegen. Der Rechenaufwand zur Bestimmung der optimalen Leistungsverteilung ist beträchtlich. Bossert et al. [10] zeigten, daß bei der OFDM-Übertragung über Mobilfunkkanäle bei großem SNR nur ein geringer Kapazitätsunterschied zwischen der optimalen Water-Filling-Verteilung und einer gleichmäßigen Verteilung der Sendeleistung besteht. Es stellt sich die Frage, unter welchen Kanalbedingungen welche Einbußen durch eine gleichmäßige Verteilung der Sendeleistung auf die Unterträger auftreten bzw. ob selbst bei stark frequenzselektiven Kanälen Water-Filling ab einem gewissen SNR nicht mehr sinnvoll anwendbar ist. Darüber hinaus ist im Fall von Water-Filling die Bestimmung der informationstheoretisch optimalen Sendeleistungsverteilung der Unterträger sehr rechenaufwendig. Daher sollen Kriterien für ein vereinfachtes Water-Filling erarbeitet und für diverse Kanäle die Unterschiede gegenüber

dem optimalen Fall untersucht werden.

Weiterhin ist von Interesse, inwiefern bei OFDM die Wahl von Codierung und Modulationsalphabet die Effizienz der Übertragung beeinflusst. Bei gegebener Nettobitrate pro Unterträger, nachfolgend als „Modulationsrate“ R_m bezeichnet, ist eine optimale Kombination aus Modulationsalphabet und Coderate zu wählen. Daß dieser Aspekt bislang nur unzureichend berücksichtigt wurde, zeigt das Beispiel des vor kurzem verabschiedeten Hiperlan/2-Standards [27], bei dem einige Modi trotz geringerer Modulationsrate ein gleiches oder sogar ein höheres SNR benötigen als andere, vgl. Kap. 5 und [45].

Vor einiger Zeit wurde von Caire et al. [14] nachgewiesen, daß die Kanalkapazität des gedächtnisfreien AWGN- bzw. Rayleigh-Fading-Kanals bei der Verwendung von BICM (Bit-Interleaved Coded Modulation) nur wenig geringer ist, als bei einem Verfahren, das die im empfangenen Signal vorhandene Information vollständig nutzt. BICM ist auch bei OFDM eine gängige Technik, z. B. ist es im DAB- und im Hiperlan/2-Standard vorgesehen. Daher wird untersucht, welche Verluste bei OFDM gegenüber einem aus Sicht der Informationstheorie idealen Codier- und Modulationsschema auftreten.

Insgesamt ergibt sich als Fragestellung, inwieweit man mit einer kombinierten BICM-OFDM-Übertragung der Kanalkapazität nahekommen kann und unter welchen Bedingungen die Anwendung von Water-Filling sinnvoll ist. Die Kombination von BICM und OFDM bei Gleichverteilung der Sendeleistung der Unterträger bietet den Vorteil einer sehr einfachen Sende- und Empfangsstruktur, wenn auch, zumindest bezüglich der Decodierung, ein erhöhter Rechenaufwand gegenüber der Verwendung von Bit-Loading-Techniken¹ in Kauf genommen werden muß. Ferner soll ein Vergleich von BICM-OFDM mit einem Einträgerverfahren stattfinden, das empfängerseitig mit iterativer Entzerrung arbeitet. Zuletzt wird die Anwendbarkeit vereinfachten Water-Fillings, d. h. des Weglassens von Unterträgern bei gleichmäßiger Verteilung der Sendeleistung auf die benutzten Träger, untersucht.

3.1.2 Voraussetzungen

Um für OFDM Aussagen bezüglich geeigneter Modulations- und Codierschemata bzw. um eine sinnvolle Wahl von Coderate R_c und Modulationsalphabet bei gegebenen Kanalbedingungen und gegebener Modulationsrate R_m zu treffen, werden Betrachtungen zur Kanalkapazität angestellt. Hierbei sollen folgende, idealisierte Voraussetzungen gelten:

- Die Anzahl der Taps L der Kanalimpulsantwort sei klein im Vergleich zur Anzahl N der Unterträger. Im konkreten Fall wird $N = 1024$ gegenüber maximal $L = 6$ Taps der

¹Als Bit-Loading bezeichnet man eine Technik, die jedem Unterträger eine individuelle Anzahl von zu übertragenden Bits und somit ein individuelles Modulationsschema zuordnet. Als Optimierungskriterium wird oft eine maximale Bitanzahl bei gegebener maximaler uncodierter Gesamtbitfehlerrate und gegebener Gesamtsendeleistung herangezogen [17][46]. Bit-Loading ist nicht mit Water-Filling zu verwechseln, welches nur die Signalenergie der Träger optimiert, aber keine Aussage über das zu verwendende Modulationsverfahren trifft. Beides kann unabhängig voneinander verwendet werden. Bei Bit-Loading kann ein Großteil der Bits uncodiert bleiben, während bei der Kombination von BICM mit einem festen Modulationsschema alle Bits in die Codierung einbezogen werden müssen. Bit-Loading, ebenso wie Water-Filling, setzt allerdings die Kenntnis des Kanals an Sender und Empfänger voraus.

Kanalimpulsantwort gewählt. Der Verlust durch das Guard-Intervall beträgt dann ca. 0.02 dB und ist somit vernachlässigbar.

- Bei Fading-Kanälen sei der Kanal konstant für die Dauer eines OFDM-Symbols bzw., im Fall von Water-Filling, für die Dauer mehrerer zu einem Burst zusammengefaßter OFDM-Symbole.
- Die Übertragungsbedingungen seien ideal, d. h.
 1. alle Träger werden verwendet (Ausnahme siehe Abs. 4.2.3),
 2. die bei einer realen Übertragung auftretenden Effekte wie Frequenzoffset, Gleichspannungsoffset, endliche Steilheit analoger Filter usw. werden vernachlässigt.
- Das Rauschen sei gaußsch, weiß und seine Varianz bekannt.
- Der Kanal sei Sender und Empfänger bekannt.

Mit anderen Worten, bezüglich der Übertragung wird das idealisierte zeitdiskrete Ersatzmodell nach Bild 2.3 und Bild 2.4 verwendet, ideale Synchronisation, Kanal- und SNR-Schätzung werden vorausgesetzt.

3.1.3 Untersuchte Kanäle

Die Anwendung von OFDM für gedächtnisfreie AWGN-Kanäle mit konstanter Übertragungsfunktion ist nicht sinnvoll, da sich keine Unterschiede zu Einträgerverfahren ergeben. Eine wesentlich andere Wahl von Modulationsalphabet und Coderate sowie Gewinne durch Water-Filling sind nur bei stark frequenzselektiven Kanälen mit Intersymbolinterferenz und/oder Fading zu erwarten. Es werden daher folgende Kanäle in Betracht gezogen:

1. Ein zeitinvarianter Kanal der Gedächtnislänge 4, der bei MLSE-Schätzung seiner Eingangssymbole im Trellis eine minimale euklidische Distanz zwischen unterschiedlichen Pfaden aufweist. Die Bestimmung dieses Kanals kann auf ein Eigenwertproblem zurückgeführt werden [54, Kap. 10.1]. Seine auf eine Leistung von Eins normierten Koeffizienten lauten 0.29, 0.50, 0.58, 0.50, 0.29. Der Kanal wird nachfolgend als MD5-Kanal (5-Tap-Minimum-Distance) bezeichnet.
2. Ein Fading-Kanal der Gedächtnislänge 5, dessen Kanalkoeffizienten unabhängig voneinander einem Rayleigh-Fading-Prozeß unterliegen. Die mittlere Leistung der Koeffizienten nimmt dabei exponentiell mit Länge der Kanalimpulsantwort ab, und zwar um 3 dB von Tap zu Tap. Dieses Leistungsverzögerungsprofil basiert auf Messungen des Kanals eines 60-GHz-Indoor-Systems [65] bei einer Abtastrate von 40 MSamples/s und Übertragung ohne Sichtverbindung in einem mittelgroßen Raum unter Verwendung zweier omnidirektionaler Antennen [41]. Hierbei wird von Frequency-Hopping zwischen den einzelnen OFDM-Bursts ausgegangen, für jeden neuen Burst wird immer wieder ein neuer Kanal ausgewürfelt. Der Kanal wird im folgenden als WS-Kanal bezeichnet.

3. Ein weiterer zeitinvarianter Kanal der Gedächtnislänge 4 mit Koeffizienten 0.227, 0.460, 0.688, 0.460, 0.227. Der Kanal wurde in [4] verwendet, um den Nutzen iterativer Entzerrung bei Einträgerübertragung zu demonstrieren, und er soll hier zum Vergleich der Ergebnisse aus [4] mit OFDM herangezogen werden. Die genaue Bedeutung dieses Kanals ist dem Autor unbekannt, aber ein Vergleich mit den Kapazitätskurven des MD5-Kanals zeigt, daß er ähnliche Eigenschaften aufweist wie dieser. Er soll deshalb nachfolgend als MD5-2-Kanal bezeichnet werden.

Bei dem unter 2. beschriebenen Fading-Modell mit voneinander unabhängigen Kanalkoeffizienten, deren Real- bzw. Imaginärteil der Amplitude durch eine Gaußverteilung bestimmt wird, transformiert sich diese Gaußverteilung bei OFDM-Übertragung durch die DFT am Empfänger ebenfalls in eine Gaußverteilung der Real-/Imaginärteile der Unterträgerübertragungskoeffizienten im Frequenzbereich. Die Verteilungsdichte des Amplitudenfaktors der Unterträger folgt daher – unabhängig vom Leistungsverzögerungsprofil des Kanals – einer Rayleigh-Verteilung, weshalb Kapazitätsbetrachtungen für OFDM unter dieser Annahme erfolgen. Allerdings gilt dies nur im Mittel über viele Realisierungen von Kanalkoeffizienten. Die Kapazität des OFDM-Systems kann je nach ausgewürfeltem Kanal von Burst zu Burst stark schwanken. Unabhängiges Rayleigh-Fading aufeinanderfolgender Modulationssymbole erhält man nur im Zusammenhang mit der Annahme perfekten Interleavings.

3.2 Kanalkapazität von OFDM-Systemen

3.2.1 Definition

Nachfolgend sollen drei verschiedene, im weiteren Verlauf noch genauer zu definierende Kapazitäten betrachtet werden:

C_0 Die „ideale“ Kapazität, beruhend auf der Annahme eines gaußförmig verteilten Senderalphabetes.

C_{SS} Die Kapazität einer Signalkonstellation (Signal Set Capacity).

C_{PD} Die Kapazität einer Signalkonstellation bei Verwendung von BICM und paralleler Decodierung.

Weiterhin wird unterschieden, ob die Kapazität mit oder ohne Water-Filling (WF) sowie für den gedächtnisfreien AWGN-Kanal oder für einen ISI/AWGN-Kanal bei OFDM-Übertragung angegeben wird. Die Kapazität ist jeweils in Bit/Kanalbenutzung und reeller Dimension über E_s/N_0 zu verstehen.

3.2.2 AWGN-Kanal

Da OFDM den zeitinvarianten ISI-Kanal in lauter parallele, zueinander orthogonale, gedächtnisfreie AWGN-Kanäle aufteilt, ist es zur Berechnung der Kapazität ausreichend, über

die Kapazitäten dieser Unterkanäle zu mitteln. Deshalb wird zunächst die Kapazität des gedächtnisfreien AWGN-Kanals betrachtet.

Ideale Kapazität

Als „ideal“ wird hier die Kapazität bezeichnet, die unter der Annahme eines gaußverteilten Sendelphabetes erreicht wird. Sie ist durch $C_{0,\text{AWGN}} = 0.5 \log_2(1 + E_s/N_0)$ [Bit/reeller Dimension und Kanalbenutzung²] gegeben, vgl. z. B. [2, 43], kann jedoch unter realen Bedingungen nur näherungsweise und mit hohem Aufwand erreicht werden.

Kapazität der Signalkonstellation

Als Kapazität der Signalkonstellation³ C_{SS} wird die maximale Bitrate pro Kanalbenutzung und Dimension bezeichnet, die mit einer bestimmten Signalkonstellation (z. B. QPSK oder 16-QAM) in Abhängigkeit von E_s/N_0 unter Verwendung eines optimalen (De-)Modulations- bzw. (De-)Codiervorgangs fehlerfrei übertragen werden kann. Einschränkend werden gleichwahrscheinliche Sendesymbole vorausgesetzt.

Entstammen die möglichen Signalpunkte der Menge $\mathcal{A} = \{a_0, a_1, \dots, a_{M_q-1}\} \subset \mathbb{C}$, treten die Signalpunkte mit den Wahrscheinlichkeiten⁴ $p(\mathbf{A} = a_i)$ auf und durchläuft jedes Symbol a einen gedächtnisfreien Kanal mit bedingten Übergangswahrscheinlichkeiten⁵ $p(r_j|a_i)$, so läßt sich die Transinformation $I(\mathbf{A}, \mathbf{R})$ zwischen dem Sendesignal $a \in \mathcal{A}$ und dem Empfangssignal $r \in \mathcal{R}$ in bekannter Weise berechnen, vgl. z. B. [2],

$$\begin{aligned} I(\mathbf{A}, \mathbf{R}) &= H(\mathbf{R}) - H(\mathbf{R}|\mathbf{A}) \\ &= - \sum_{r \in \mathcal{R}} p(r) \log_2(p(r)) + \sum_{r \in \mathcal{R}} \sum_{a \in \mathcal{A}} p(r, a) \log_2(p(r|a)), \end{aligned} \quad (3.1)$$

wobei $H(\mathbf{X}) = E(-\log_2(p(\mathbf{X})))$ die Entropie einer Zufallsvariablen darstellt.

Um die Kapazität der Konstellation zu erreichen, sind die Auftrittswahrscheinlichkeiten $p(a_i)$ so zu wählen, daß die Transinformation maximal wird. Für große Signalalphabete nähern sich die $p(a_i)$ der Gaußdichte an, wenn die Störung durch den Kanal von der Auftrittswahrscheinlichkeit der Sendesymbole unabhängig und zudem selbst gaußverteilt ist [21, Kap. 10.1]. Verfahren, die eine solche Verteilung des Sendesignals zu erzeugen versuchen, bezeichnet man als

²D.h. in Bit/Hz/s, geht man von komplexwertigen Symbolen aus, ergibt sich der zweifache Wert.

³In [14] wird diese Kapazität als CM-Kapazität (Coded Modulation) bezeichnet, im Gegensatz zur BICM-Kapazität. Diese Abkürzungen sind jedoch beide irreführend, da die CM-Kapazität auch für BICM als Modulations-/Codiervorgang die Grenze bildet, sofern nur eine entsprechende Decodierung Anwendung findet. Beispielsweise kann eine Rückkopplung der Soft-Output-Decodierinformation zur erneuten Metrikberechnung erfolgen [49, 50, 63]. Die Degradation bei BICM liegt lediglich im Decodiervorgang begründet, das normalerweise die Decodierung der verschiedenen Bitlevel eines Modulationssymbols ohne gegenseitige Verwendung der Information des Decoderausgangs durchführt.

⁴Vereinfachend wird fortan $p(a_i)$ geschrieben, wenn $p(\mathbf{A} = a_i)$ gemeint ist, also die Wahrscheinlichkeit, daß die Zufallsvariable \mathbf{A} den Wert a_i annimmt.

⁵Bei den $p(r_j|a_i)$ kann es sich allgemein auch um Wahrscheinlichkeitsdichten handeln, dies ist zum Beispiel bei der hier betrachteten gaußschen Störung der Fall. Auf die Unterscheidung wird jedoch verzichtet, da die Art der Kapazitätsberechnung vom Ansatz her dieselbe ist.

„Signal-Shaping“-Verfahren [15][31]. Sie sollen jedoch nicht Gegenstand der Untersuchungen sein. Stattdessen wird mit der o. g. Beschränkung auf gleichwahrscheinliche Sendesymbole

$$C_{SS} = 0.5 I(\mathbf{A}, \mathbf{R}) \quad \text{mit} \quad p(a_i) = 1/M_q \quad \forall i \quad (3.2)$$

definiert.

Für den Fall eines diskreten Sendetalphabetes und Kanäle mit additiver weißer gaußscher Störung n erhält man

$$\begin{aligned} C_{SS,AWGN} &= H(\mathbf{R}) - H(\mathbf{R}|\mathbf{A}) \\ &= 0.5 \left(- \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_{\mathbf{R}}(r) \log_2(f_{\mathbf{R}}(r)) dr_{Re} dr_{Im} \right. \\ &\quad \left. + \sum_{a \in \mathcal{A}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_{\mathbf{R}|\mathbf{A}=a}(r) p(a) \log_2(f_{\mathbf{R}|\mathbf{A}=a}(r)) dr_{Re} dr_{Im} \right), \end{aligned} \quad (3.3)$$

wobei $r = r_{Re} + j r_{Im}$ und

$$f_{\mathbf{R}}(r) = \frac{1}{M_q} \frac{1}{\pi \sigma_n^2} \sum_{a \in \mathcal{A}} e^{-\left| \frac{r-a}{\sigma_n} \right|^2} \quad (3.4)$$

gilt. Dabei ist σ_n^2 die Varianz des komplexen gaußschen Rauschens. Da $\mathbf{R} = \mathbf{A} + \mathbf{N}$ gilt, wobei

$$f_{\mathbf{N}}(n) = \frac{1}{\pi \sigma_n^2} e^{-\left| \frac{n}{\sigma_n} \right|^2} \quad (3.5)$$

die Dichtefunktion des additiven Rauschens ist, und da zusätzlich \mathbf{A} und \mathbf{N} unabhängig sind, folgt, daß $H(\mathbf{R}|\mathbf{A})$ gleich der Entropie der gaußschen Störung ist, d. h.

$$H(\mathbf{R}|\mathbf{A}) = H(\mathbf{N}) = - \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\pi \sigma_n^2} e^{-\left| \frac{n}{\sigma_n} \right|^2} \log_2 e^{-\left| \frac{n}{\sigma_n} \right|^2} dn_{Re} dn_{Im} = \log_2 \pi e \sigma_n^2. \quad (3.6)$$

Für $H(\mathbf{R})$ existiert keine geschlossene Lösung. Diese Entropie muß numerisch oder mit Hilfe von Monte-Carlo-Methoden berechnet werden.

Kapazität bei paralleler Decodierung

Als Kapazität der Signalkonstellation bei paralleler Decodierung (PD) wird die maximale Bitanzahl pro Kanalbenutzung und Dimension bezeichnet, die fehlerfrei übertragen werden kann, wenn zur Decodierung die Metrikberechnung für die zu einer Signalkonstellation gehörenden Bits ohne Zuverlässigkeitsinformationen über die jeweils anderen Bits erfolgt. In diesem Fall hängt die Kapazität stark von der Zuordnung („Mapping“ oder „Labeling“ genannt) der Bits zu den Punkten der Signalkonstellation ab. Es wird vermutet, daß Gray-Labeling (siehe z. B. [20, Kap. 3.3]) die Kapazität maximiert [14], nur dieses wird hier betrachtet.

Die Zuordnung wird daher auf komplexe Signalalphabete mit Elementanzahl $M_q = 2^{m_q}$, $m_q \in \mathbb{N}$, m_q gerade, beschränkt, bei denen eine Abbildung

$$\mu : \{0, 1\}^{m_q} \mapsto \mathcal{A} \quad (3.7)$$

besteht, die den Bitvektor $\underline{x} = (\underline{x}[0], \underline{x}[1], \dots, \underline{x}[m_q - 1])$, $\underline{x}[i] \in \{0, 1\}$, dem Element $a \in \mathcal{A}$, mit $\mathcal{A} \subset \mathbb{C}$, gemäß Gray-Labeling zuordnet. In diesem Fall muß man die Transinformationen zwischen den einzelnen Bits $\underline{x}[i]$ und dem Empfangssignal $r \in \mathcal{R}$ berechnen und aufsummieren,

$$C_{PD} = 0.5 \sum_{i=0}^{m_q-1} I(\underline{\mathbf{X}}[i], \mathbf{R}) = 0.5 \sum_{i=0}^{m_q-1} [\mathcal{H}(\mathbf{R}) - \mathcal{H}(\mathbf{R}|\underline{\mathbf{X}}[i])] \quad (3.8)$$

$$= 0.5 \sum_{i=0}^{m_q-1} \left[- \sum_{r \in \mathcal{R}} p(r) \log_2(p(r)) + \sum_{\underline{x}[i] \in \{0,1\}} \sum_{r \in \mathcal{R}} p(r|\underline{x}[i]) p(\underline{x}[i]) \log_2(p(r|\underline{x}[i])) \right], \quad (3.9)$$

wobei zu beachten ist, daß

- die bedingten Signalkonstellationen für $\underline{x}[i] = 0$ und $\underline{x}[i] = 1$ unterschiedliche „Muster“ aufweisen können und
- vorausgesetzt wird, daß die jeweils anderen Bits unbekannt sind und somit als gleichwahrscheinlich auftretend angenommen werden, d. h. wechselseitige Zuverlässigkeitsinformationen der unterschiedlichen Bits eines Symbols a keine Verwendung finden.

Für die hier angenommene additive weiße gaußsche Störung erhält man im Fall eines komplexen⁶ Signalalphabetes

$$\begin{aligned} C_{PD,AWGN} &= 0.5 \sum_{i=0}^{m_q-1} I(\underline{\mathbf{X}}[i], \mathbf{R}) = 0.5 \sum_{i=0}^{m_q-1} [\mathcal{H}(\mathbf{R}) - \mathcal{H}(\mathbf{R}|\underline{\mathbf{X}}[i])] \\ &= 0.5 \sum_{i=0}^{m_q-1} \left[- \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_{\mathbf{R}}(r) \log_2(f_{\mathbf{R}}(r)) dr_{Re} dr_{Im} \right. \\ &\quad \left. + \sum_{\underline{x}[i] \in \{0,1\}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_{\mathbf{R}|\underline{\mathbf{X}}[i]=\underline{x}[i]}(r) p(\underline{x}[i]) \log_2(f_{\mathbf{R}|\underline{\mathbf{X}}[i]=\underline{x}[i]}(r)) dr_{Re} dr_{Im} \right], \end{aligned} \quad (3.10)$$

wobei $f_{\mathbf{R}}(r)$ in (3.4) definiert wird und $f_{\mathbf{R}|\underline{\mathbf{X}}[i]}(r)$ durch

$$f_{\mathbf{R}|\underline{\mathbf{X}}[i]=\underline{x}[i]}(r) = \frac{1}{M_q/2} \frac{1}{\pi \sigma_n^2} \sum_{a: \underline{\mathbf{X}}[i]=\underline{x}[i]} e^{-| \frac{r-a}{\sigma_n} |^2} \quad (3.11)$$

⁶Die Kapazität läßt sich einfacher für den reellen Fall berechnen. Dies ist möglich, wenn Real- und Imaginärteil des Signalpunktes a jeweils unabhängig voneinander durch einen Teil der Bits des Vektors \underline{x} bestimmt werden. Z.B. ist dies bei dem hier betrachteten Gray-Labeling der Fall.

gegeben ist.

Der Begriff „parallele Decodierung“ rührt von der Möglichkeit bzw. Modellvorstellung her, die einzelnen Bitlevelkomponenten eines Symbols $a \in \mathcal{A}$ unabhängig voneinander zu codieren und zu decodieren, d. h. virtuelle, quasi-parallele Kanäle ohne wechselseitige Zuverlässigkeitsinformation zu verwenden. Die resultierende Kapazität ist dieselbe wie bei BICM [13][60], vgl. Abs. 3.3.2, sofern keine iterative Metrikberechnung/Decodierung wie z. B. in [49][50] erfolgt. Für ein solches System wird daher im folgenden oft die Bezeichnung „BICM/PD“ verwendet, auch wenn bei BICM die Decodierung der Bitlevel nicht tatsächlich unabhängig und parallel erfolgt.

Da C_{PD} und C_{SS} immer in Bit/Kanalbenutzung und reeller Dimension angegeben sind, aber über komplexe Signalalphabete berechnet werden, ist jeweils der Faktor 0.5 eingefügt.

3.2.3 Kapazität bei Verwendung von OFDM über ISI-Kanäle

Anhand des in Kap. 2.3.1 entwickelten idealisierten Modells wird deutlich, daß das OFDM-Übertragungsverfahren einen ISI-Kanal mit additivem weißen gaußschen Rauschen in parallele, gedächtnisfreie AWGN-Kanäle unterteilt. Dies gilt zumindest näherungsweise auch für die Modellierung mit realen Sende- und Empfangsfiltern gemäß Abs. 2.3.2. Die Kapazität des OFDM-Systems ergibt sich dann als Mittelwert der Kapazität der verwendeten Unterträger abhängig vom mittleren E_s/N_0

$$C(E_s/N_0) = \frac{1}{N_t} \sum_{l \in \mathbb{N}_t} C_{\text{AWGN}}(|H(l)|^2 E_s/N_0). \quad (3.12)$$

Hierbei steht C_{AWGN} stellvertretend für die möglichen Kapazitäten C_0 , C_{SS} und C_{PD} des gedächtnisfreien AWGN-Kanals. Dabei wird zunächst eine gleichmäßige Verteilung der Sendeleistung auf die Unterträger (kein Water-Filling) und die Normierung der Übertragungsfunktion gemäß $1/N_t \sum_{l \in \mathbb{N}_t} |H(l)|^2 = 1$ vorausgesetzt.

Die Kapazität C_0 des OFDM-Systems nähert sich mit steigender Unterträgeranzahl N der Kapazität des klassischen Einträgerübertragungsverfahrens mit ISI an.

3.2.4 Kapazität mit Water-Filling

Hat man N gedächtnisfreie AWGN-Kanäle mit unterschiedlichen Rauschleistungen $\sigma_n^2(l)$ bei idealer Übertragungsfunktion zur Verfügung, so wird bei klassischem Water-Filling die vorhandene Gesamtsendeleistung $S_G = NS_A$ so auf Kanäle verteilt, daß für die einzelnen Signalleistungen $S_A(l)$

$$S_A(l) + \sigma_n^2(l) = S_L \quad \text{mit } S_L = \text{konst} \quad (3.13)$$

unter den Nebenbedingungen

$$\sum_l S_A(l) = S_G \quad \text{und} \quad S_A(l) > 0 \quad (3.14)$$

gilt [43, Kap. 7]. Die vorhandene Gesamtsendeleistung wird quasi über dem Rauschen der einzelnen AWGN-Kanäle bis zu einem bestimmten Level S_L aufgefüllt, unter Nichtbenutzung der Kanäle, deren Rauschleistung zu groß ist.

Nimmt man bei OFDM lineare Entzerrung der Unterträger an, ergibt sich $\sigma_n^2(l) = \sigma_n^2/|H(l)|^2$, σ_n^2 stellt das Rauschen auf den Unterträgern vor der linearen Entzerrung dar. Die Leistung am Sender muß daher gemäß

$$S_A(l) + \frac{\sigma_n^2}{|H(l)|^2} = S_L, \quad \text{mit } S_L = \text{konst}, \quad (3.15)$$

verteilt werden. Durch die lineare Entzerrung der Unterträger wird das OFDM-System von einem System paralleler AWGN-Kanäle mit gleichförmigem Rauschen aber unterschiedlicher Übertragungsfunktion in ein System paralleler Kanäle mit idealer Übertragungsfunktion aber unterschiedlicher Rauschleistung umgewandelt.

Die Optimierung der Sendeleistung nach (3.15) setzt $C_0(l) = 0.5 \log_2(1 + S_A(l)/\sigma_n^2(l))$ voraus, und sie ist nicht notwendigerweise auch für C_{SS} und C_{PD} optimal. Eine exakte Ableitung der optimalen Sendeleistungsverteilungen für C_{SS} und C_{PD} erscheint schwierig, da sich C_{SS} und C_{PD} nicht durch geschlossene, analytische Ausdrücke beschreiben lassen. Da die Kurven von C_{SS} , C_{PD} und C_0 aber im Bereich niedrigen SNRs, in dem Water-Filling hauptsächlich von Interesse ist (vgl. Kap. 4 sowie [10]), einen sehr ähnlichen Verlauf aufweisen, wird in allen Fällen von „optimalem“ Water-Filling von der auf Basis von C_0 ermittelten Sendeleistungsverteilung der Unterträger nach (3.15) ausgegangen.

3.3 Modulations-/Codiervverfahren

3.3.1 Gemeinsame Betrachtung von Codierung und Modulation

Basierend auf einer Idee von Massey [51] wurden seit Mitte der 70er Jahre unterschiedliche Konzepte zur gemeinsamen Betrachtung von Codierung und Modulation entwickelt. Insbesondere zu nennen sind

- Codierte Modulation (CM) nach Ungerböck [69]:
Hierbei wird das Signalalphabet zunächst so partitioniert, daß die euklidische Distanz innerhalb der entstehenden Punkteuntermengen (Sets) mit wachsendem Partitionierungslevel größer wird. Die Auswahl der Sets erfolgt dann durch codierte Bits, während die Punkte innerhalb des ausgewählten Sets durch uncodierte Bits bestimmt werden. Der verwendete Code wird nach heuristischen Gesichtspunkten konstruiert und ist auf das jeweilige Modulationsalphabet zugeschnitten.
- Mehrstufen-Codierung (Multi-Level-Coding, MLC):
Bei MLC können beliebige binäre Codes verwendet werden. Zunächst werden die einzelnen Bitlevel eines Modulationssymbols anhand der Kapazität oder des R_0 -Kriteriums klassifiziert und danach entsprechend durch unterschiedlich starke Codes geschützt,

vgl. [71] für eine ausführliche Darstellung. Die Decodierung kann mit Hilfe von Multi-Stage-Decoding (MSD) erfolgen, d. h. die Ergebnisse der schon decodierten Bitstufen werden jeweils in die Berechnung der Bitmetriken der folgenden Stufen einbezogen.

Mit beiden Verfahren kann man im Prinzip die Kapazität C_{SS} erreichen. Beiden ist aber auch gemein, daß sie inflexibel gegenüber sich ändernden Kanalbedingungen sind. Die verwendeten Codes bzw. Coderaten sind direkt auf das Modulationsverfahren bzw. auf die Kanalbedingungen zugeschnitten und müßten bei sich ändernden Kanalbedingungen ebenfalls komplett geändert werden.

Codierte Modulation wurde auch schon für das OFDM-Übertragungsverfahren untersucht. Für die Übertragung über Kupferkabel [47] wurden Bit-Loading-Algorithmen so adaptiert, daß der Set-Partition-Level, d. h. die Anzahl der Cosets, über alle Unterträger konstant bleibt, während die Anzahl der uncodierten Bits in den Cosets über die Wahl des Modulationsalphabetes variiert. Gleichmaßen wurden TCM-OFDM-Schemata schon für Mobilfunkanwendungen untersucht [25, 67], auch in Verbindung mit verallgemeinerter Codeverkettung [9].

3.3.2 Bit-Interleaved Coded Modulation

Das Verfahren der Bit-Interleaved Coded Modulation (BICM) stellt eine völlige Abkehr von der lange Zeit favorisierten gemeinsamen Betrachtung von Modulation und Codierung dar. Erste Ansätze [70] kombinierten Standard-Codes mit dem Konzept Ungerböcks. Später schlug Zehavi vor, einen gemeinsamen Coder/Decoder, allerdings noch in Verbindung mit separaten Bit-Interleavern für die einzelnen Komponenten-Bits des Modulationsalphabetes, zu verwenden [74].

Noch weiter vereinfacht wird das Konzept durch die Arbeiten von Caire, Taricco und Biglieri [13][14]. Zwischen dem Ausgang eines beliebigen binären Codes und der Zuordnung der codierten Bits auf die Signalpunkte liegt lediglich ein einziger Bit-Interleaver. Dadurch werden Codierung und Modulation völlig unabhängig voneinander betrachtet. BICM erscheint daher zunächst als ein Rückschritt in die Zeit, in der es keine besseren Konzepte gab [40]. Da keine feste Zuordnung von codierten Bits und Modulationssymbolen mehr besteht, kann man beliebige Coder/Decoder mit unterschiedlichen Modulationsalphabeten kombinieren. Lediglich die am Empfänger verwendete Metrikberechnung wird dem Modulationsalphabet angepaßt. Durch das Aufgeben der gemeinsamen Betrachtung von Codierung und Modulation ist das Verfahren suboptimal, d. h. die Kanalkapazität von BICM mit unabhängiger Decodierung der einzelnen Bitlevel liegt prinzipiell unter der eines MLC/MSD- oder CM-Schemas. Der Verlust hängt stark von der Art des Mappings der Bits auf die Signalpunkte ab. Bei Verwendung von Gray-Mapping ist er relativ gering und beträgt beim AWGN-Kanal in der Regel weniger als 1 dB.

Koppelt man bei der Decodierung die vom Decoder ausgegebenen Zuverlässigkeitsinformationen zur erneuten Metrikberechnung zurück [49, 50, 63], so kann dieser Verlust vermieden werden. Der Verlust liegt daher nicht schon im Ansatz des einfachen Codier-/Modulationsschemas begründet, sondern vielmehr im üblicherweise verwendeten einfachen Decodierschema.

3.3.3 Modellierung eines BICM-OFDM-Systems

Baugruppen

Die Modellierung des vollständigen codierten OFDM-Systems ist in Bild 3.1 dargestellt. Es

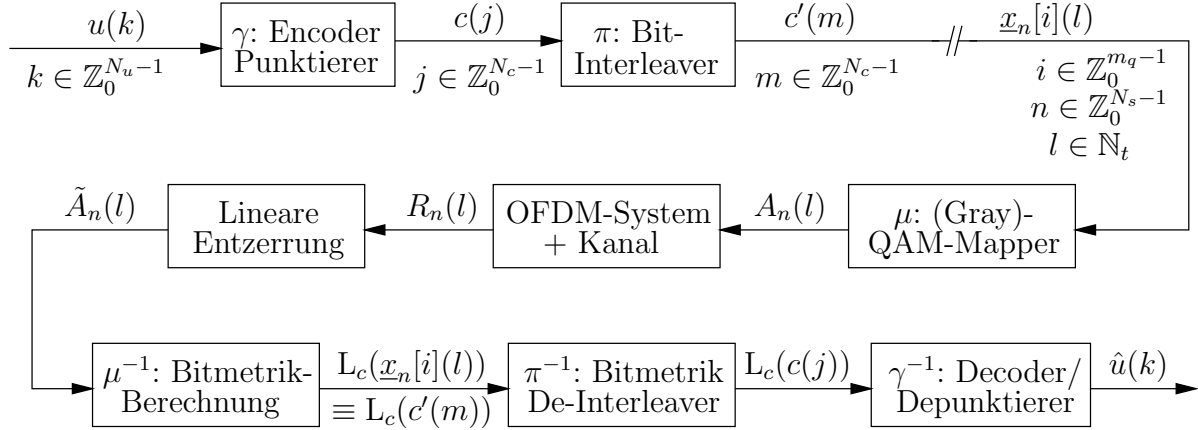


Bild 3.1: BICM-OFDM-Übertragung

besteht aus folgenden Elementen:

- Codierer und Punktierer γ :
Der Codierer und Punktierer (als Einheit betrachtet) bildet N_u uncodierte Bits $u(k)$, $k \in \mathbb{Z}_0^{N_u-1}$, auf N_c codierte Bits $c(j)$, $j \in \mathbb{Z}_0^{N_c-1}$, ab.
- Interleaver π :
Der Interleaver führt eine Verwürfelung der codierten Bits $c(j)$ auf die Bits $c'(m)$ durch, $j, m \in \mathbb{Z}_0^{N_c-1}$. Die Verwürfelungstabelle ist pseudozufällig und wird hier aus den Werten eines rückgekoppelten linearen Schieberegisters der Länge 18 gewonnen, wobei nur die Werte betrachtet werden, die kleiner sind als N_c .
- QAM-Mapper μ :
Je m_q aufeinanderfolgende Bits der Folge $c'(m)$, $m \in \mathbb{Z}_0^{N_c-1}$, werden zu einem Bitvektor $\underline{x}_n(l)$ zusammengefaßt und einem Modulationssymbol $A_n(l)$, $l \in \mathbb{N}_t$, $n \in \mathbb{Z}_0^{N_s-1}$, zugeordnet. Weiterhin bilden je N_t Modulationssymbole das n -te von N_s OFDM-Symbolen.
- OFDM-System nach Bild 2.3 und Bild 2.4.
- Linearer Entzerrer:
Unter der Voraussetzung perfekter Kanalkenntnis berechnet der lineare Entzerrer den geschätzten Empfangswert $\tilde{A}_n(l) = R_n(l)/H_n(l)$. Der lineare Entzerrer ist nicht unbedingt notwendig, vereinfacht aber die Herleitung der Gleichungen (3.23) und (3.24) zur Bitmetrikberechnung.
- Bitmetrikberechnung μ^{-1} :
Berechnung der Zuverlässigkeitsinformationen $L_c(\underline{x}_n[i](l))$ der codierten Empfangsbits aus den korrigierten Empfangssymbolen $\tilde{A}_n(l)$ nach (3.21) und (3.23).

- Bitmetrik-Deinterleaver π^{-1} :
Durchführung der zum Bit-Interleaver π inversen Verwürfelung der Bitmetriken.
- Decoder γ^{-1} :
Depunktierung, d. h. Auffüllen der Zuverlässigkeitswerte der am Sender gelöschten Bits mit $L_c = 0$, und Decodierung der L_c -Werte.

Hierbei gilt

$$N_c = N_s m_q N_t, \quad N_s \in \mathbb{N}, \quad (3.16)$$

d. h. die Anzahl der codierten Bits wird als ganzzahliges Vielfaches der Bits eines OFDM-Symbols gewählt. Hierdurch ist garantiert, daß das mittlere SNR eines Codewortes bei zeit-invariantem Kanal konstant ist, da alle Träger immer genau N_s mal benutzt werden.

Als Modulationsrate R_m ergibt sich

$$R_m = R_c m_q, \quad (3.17)$$

mit der Coderate $R_c = N_u/N_c$. Sinnvollerweise führt man Vergleiche unterschiedlicher Modulations- und Codierschemata nur bei gleicher Modulationsrate durch. Werden zur besseren Kanalausnutzung adaptiv einzelne Unterträger weggelassen (vgl. Abs. 4.1), so wird die Modulationsrate als die effektive Nettobitrate pro *benutzbarem* Unterträger definiert, so daß nur Systeme mit gleicher Bandbreiteneffizienz verglichen werden. In diesem Fall ist

$$R_m = R_c m_q \frac{N_{ut}}{N_t}, \quad (3.18)$$

wobei N_{ut} die Anzahl der tatsächlich benutzten Unterträger darstellt.

Verwendete Codes

Die meisten der nachfolgenden Aussagen werden aufgrund der berechneten Kanalkapazität getroffen. Um die Aussagen zu unterstützen, bietet es sich an, Codes zu benutzen, bei deren Verwendung ein System Übertragungsraten nahe der Kapazität erreichen kann. Deshalb kommen Turbo-Codes [7, 8, 58] mit Komponentencodes der Rate $R_c = 1/2$ (resultierende Rate des Muttercodes $R_c = 1/3$) zum Einsatz. Die jeweils notwendige Coderate wird durch Punktierung erreicht.

Für alle Coderaten $R_c \geq 1/3$ kommt der von Berrou, Glavieux und Thitimajshima in [8] vorgeschlagene Code zum Einsatz. Für den Fall, daß niedriggradigere Codes bereitgestellt werden müssen, werden ähnlich der in [22] vorgeschlagenen Methode Komponentencodes mit einer Rate $R_c < 1/2$ verwendet. In dieser Arbeit finden dabei die Polynome der Codes mit maximaler freier Distanz (Optimum Free Distance Codes, OFD-Codes) [24, Kap. 6.9] Anwendung. Die Leistungsfähigkeit dieser Codes bei QPSK im gedächtnisfreien AWGN-Kanal ist in Anh. B.1 dargestellt. Sie benötigen zum Erreichen einer Bitfehlerrate von 10^{-5} , ähnlich den ursprünglich von Berrou et. al [8] vorgeschlagenen Codes der Rate $R_c = 1/2$, ein um ca. 0.5 dB - 1.0 dB höheres E_b/N_0 als von der Shannon-Grenze minimal vorgegeben wird. Dies läßt hoffen, daß ihre Korrekturfähigkeit auch für andere Kanäle zufriedenstellend ist. Eine weitergehende Untersuchung leistungsfähiger niedriggradiger Codes ist nicht Gegenstand dieser Arbeit.

Punktierung

Der Ausgang des Turbo-Coders wird für jedes Eingangsbit $u(k)$ durch $u(k), c_1(k), c_2(k)$ (ggf. auch durch $u(k), c_1(k), c_2(k), c_3(k), c_4(k), \dots$ für die niedriggradigen Codes in Anh. B.1), mit $c_i(k)$ als Paritätsbits der Komponentencodes, dargestellt. Ein Binärmuster „1010010...“ beschreibt dann das sich zyklisch wiederholende Punktierungsschema. Eine „1“ bedeutet das Senden, eine „0“ das Löschen des entsprechenden Bits. Für den $R_c = 1/3$ -Muttercode werden bei Modulationsrate $R_m = 3$ z. B. die Kombinationen gemäß Tab. 3.1 verwendet.

Modulation	Coderate R_c	Punktierungsschema
16-QAM	3/4	110 100 100 101 100 100
64-QAM	3/6	110 101
256-QAM	3/8	111 111 110 111 111 101

Tabelle 3.1: Unterschiedliche Kombinationen von Unterträgermodulation und Coderate für den Fading-Kanal

Metrikberechnung für höherwertige QAM-Alphabete



Bild 3.2: Vereinfachtes Modell zur Metrikberechnung für BICM/PD.

Die Zuordnung des Bitvektors \underline{x} zum Sendesymbol $A \in \mathcal{A}$ sei gemäß Abs. 3.2.2 definiert.⁷ Zur Berechnung der A-posteriori-Zuverlässigkeitsinformation

$$L(u(k)) = \ln \left(\frac{p(u(k) = 0)}{p(u(k) = 1)} \right) \quad (3.19)$$

der uncodierten Bits $u(k)$ benötigt der BCJR-Algorithmus [3] zur Soft-Output-Decodierung binärer Faltungscodes die Wahrscheinlichkeiten

$$p(R(l) | \underline{x}[i](l) = d), \quad d \in \{0, 1\}, \quad (3.20)$$

bzw. das entsprechende logarithmierte Verhältnis der Wahrscheinlichkeiten (Log-Likelihood-Ratio, LLR) der codierten Bits $x[i](l)$, auch Kanal-L-Wert L_c genannt [34],

$$L_c(\underline{x}[i](l)) = \ln \left(\frac{p(R(l) | \underline{x}[i](l) = 0)}{p(R(l) | \underline{x}[i](l) = 1)} \right). \quad (3.21)$$

Die $p(R(l) | \underline{x}[i](l) = d)$, $d \in \{0, 1\}$, können aus den bedingten Wahrscheinlichkeiten der Empfangssymbole $p(R(l) | A(l))$ bestimmt werden. Aufgrund des Bit-Interleavings ist es möglich,

⁷Hier werden im Gegensatz zu Abs. 3.2.2 Großbuchstaben für die Sendesymbole (A, R statt a, r) verwendet, da es bei der betrachteten Anwendung auf ein OFDM-System um Werte im Frequenzbereich handelt.

alle Bits eines Modulationssymbols als voneinander statistisch unabhängig zu betrachten. Unter der Annahme des gleichwahrscheinlichen Auftretens der jeweils anderen Bits eines Modulationssymbols $A(l) = a_j$ ergibt sich

$$p(R(l)|\underline{x}[i](l) = d) = c_1 \sum_{a_j: \underline{x}[i]=d} e^{-\frac{|R(l)-a_j|^2}{\sigma_n^2}}, \quad (3.22)$$

wobei σ_n^2 die Rauschleistung des zweidimensionalen Prozesses darstellt.

Bei $p(R(l)|\underline{x}[i](l) = d)$ handelt es sich im strengen Sinne nicht um eine Wahrscheinlichkeit. Der Ausdruck stellt stattdessen bei einem AWGN-Kanal eine bedingte Verteilungsdichte dar, die mit einem Faktor (c_1 in (3.22)) normiert wird. Wegen der Verwendung von Wahrscheinlichkeitsverhältnissen ist dies aber unerheblich, der Normierungsfaktor kürzt sich ohnehin heraus. Deshalb wird, wie schon bei der Berechnung der Kanalkapazitäten, auf diese Unterscheidung verzichtet.

Gleichung (3.22) basiert auf dem vereinfachten Modell in Bild 3.2 und berücksichtigt noch nicht die Multiplikation des Sendesymbols $A(l)$ mit der Kanalcharakteristik $H(l)$. Zur Berechnung der Metrik in Bild 3.1 ist von den linear entzerrten Empfangswerten $\tilde{A}(l) = R(l)/H(l)$ bzw. Rauschleistungen $\sigma_n^2(l) = \sigma_n^2/|H(l)|^2$ auszugehen. Unter Berücksichtigung von $H(l)$ ergibt sich schließlich

$$p(R(l)|\underline{x}[i](l) = d) = c_2 \sum_{a_j: \underline{x}[i]=d} e^{-\frac{|\tilde{A}(l)-a_j|^2}{\sigma_n^2/|H(l)|^2}} = c_2 \sum_{a_j: \underline{x}[i]=d} e^{-\frac{|R(l)-H(l)a_j|^2}{\sigma_n^2}}. \quad (3.23)$$

Wenn A-priori-Informationen über die codierten Bits $\underline{x}[i](l)$ vorhanden sind, muß man die Auftrittswahrscheinlichkeit des Signalpunktes a_j miteinbeziehen, unter Vernachlässigung der Wahrscheinlichkeit des Bits, für das man L_c berechnen möchte,

$$p(R(l)|\underline{x}[i](l) = d) = c_3 \sum_{a_j: \underline{x}[i](l)=d} \left(e^{-\frac{|R(l)-H(l)a_j|^2}{\sigma_n^2}} \prod_{\substack{m=0 \\ m \neq i}}^{m_q-1} p(\underline{x}[m] : \mu(\underline{x}) = a_j) \right). \quad (3.24)$$

Gleichung (3.24) ist in ähnlicher Form in [68, 50] zu finden und kann für Systeme mit iterativer Demodulation, d. h. Rückkopplung der vom Decoder ausgegebenen Softmetriken zur erneuten Metrikberechnung, benutzt werden. Sie entspricht – bei Berechnung des LLRs – dem sogenannten „extrinsic“-L-Wert [34], d. h. der Verwendung der A-priori-Informationen aller Bits bei nachträglichem Abzug der A-priori-Information des Bits, für das der Kanal-L-Wert berechnet werden soll.

Anmerkung: Ist die Abbildung μ derart beschaffen, daß unabhängig voneinander die eine Hälfte der Bits von $\underline{x}(l)$ den Realteil und die andere Hälfte den Imaginärteil von $A(l)$ bestimmt, so ist es aufgrund der Orthogonalität der Signalanteile ausreichend, die Berechnung nach (3.23) bzw. (3.24) nur in einer Dimension durchzuführen. Der Anteil der jeweils anderen Dimension hebt sich bei Bildung des LLRs heraus. Dies führt bei höherwertigen QAM-Alphabeten zu einer erheblichen Einsparung an Rechenleistung, da die Summation in (3.23) und (3.24) nur über $2^{m_q/2}$ Terme statt über 2^{m_q} Terme ausgeführt werden muß. Beispielsweise ist dies bei dem hier betrachteten zweidimensionalen Gray-Mapping möglich.

3.4 Kapazität bestimmter Kanäle

3.4.1 Zeitinvarianter ISI-Kanal (MD5)

Beispiel: MD5 bei 256-QAM

Um die Effizienz des OFDM-Verfahrens zu testen, bietet es sich an, ausgesucht „schlechte“ Kanalprofile zu verwenden. Für eine bestimmte Anzahl von Taps kann man Kanäle minimaler euklidischer Distanz berechnen. Als Beispiel wird hier der in Abs. 3.1.3 beschriebene MD5-Kanal ausgewählt.

Bild 3.3 und Bild 3.4 zeigen unterschiedliche Kanalkapazitäten bei Modulation mit 256-QAM-OFDM. Verglichen werden die Kapazität der Signalkonstellation C_{SS} und die Kapazität bei paralleler Decodierung C_{PD} (vgl. Abs. 3.2), jeweils mit Water-Filling (WF) nach Abs. 3.2.4 oder gleichmäßiger Leistungsbelegung der Unterträger. Als Referenz für die Kurven dient die Kapazität C_{SS} mit Water-Filling eines höherwertigen Modulationsalphabetes (16384-QAM), die eine obere Grenze⁸ darstellt, wenn man auf den Einsatz von Signal-Shaping-Verfahren [31][15] verzichtet.

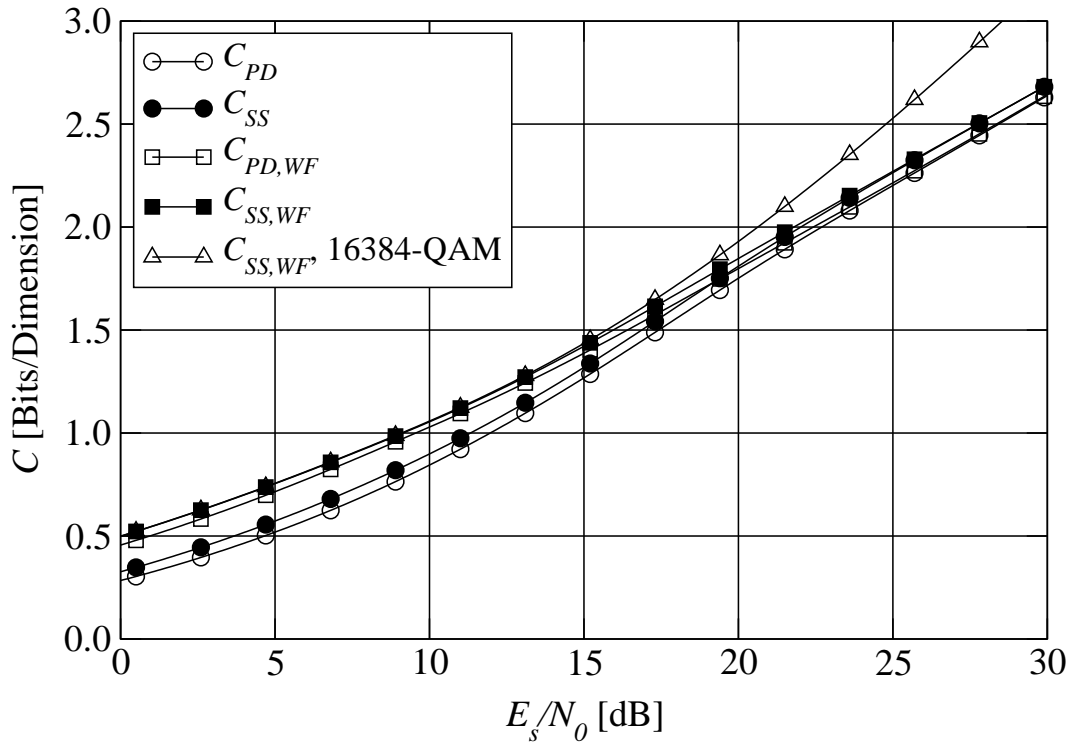


Bild 3.3: Verschiedene Kanalkapazitäten des MD5-Kanals bei 256-QAM-OFDM mit und ohne Water-Filling – Übersicht

Ähnlich wie schon in [10] für Fading-Kanäle festgestellt wurde, ist die Kapazität bei hohem

⁸Dem Autor ist kein Beweis bekannt, nachdem für regelmäßige 2^{2k} -QAM-Alphabete und beliebiges SNR gilt, daß 2^{2k_1} -QAM- $C_{SS} > 2^{2k_2}$ -QAM- C_{SS} wenn $k_1 > k_2$. Numerische Berechnungen der Kapazität deuten aber darauf hin.

E_s/N_0 kaum noch davon abhängig, ob eine gleichmäßige Verteilung der Leistung auf die Unterträger oder Water-Filling vorgenommen wird. Die Kurven laufen bei $E_s/N_0 > 20$ dB zusammen.⁹ Auf Möglichkeiten, Water-Filling bei niedrigem SNR effektiv zu nutzen, wird noch genauer in Kap. 4 eingegangen.

Im Vergleich zu einer 16384-QAM flachen die Kurven für 256-QAM bei ca. 20 dB bzw. ca. $R_m = 3$ (d. h. $C = 1.5$ Bit/Kanalbenutzung und Dimension) ab, was bedeutet, daß ein höherer Datendurchsatz mit 256-QAM offenbar nicht effizient möglich ist.

Der Verlust von C_{PD} gegenüber C_{SS} beträgt generell ca. 1 dB über den ganzen SNR-Bereich. Dies ist auch zu erwarten, da es ungefähr der Differenz von ca. 1 dB, die zwischen C_{PD} und C_{SS} bei einem gedächtnisfreien AWGN-Kanal über einen weiten SNR-Bereich vorhanden ist, entspricht und die OFDM-Kapazitätskurven nach Bild 3.3 bzw. Bild 3.4 nur eine gewichtete Mittelung der AWGN-Kapazität darstellen.

Vergleicht man die Kurven bei $R_m = 3$ etwas genauer (Bild 3.4), so ist erkennbar, daß Water-Filling im Gegensatz zu den Ergebnissen für Fading-Kanäle [10] selbst bei diesem relativ hohen SNR noch ca. 1 dB Gewinn bringt. Im Vergleich zu einer quasi optimalen Kapazitätskurve (ohne Verwendung von Signal-Shaping), hier dargestellt durch C_{SS} bei 16384-QAM mit Water-Filling, ist die in zweierlei Hinsicht suboptimale Lösung (kein WF, BICM) ca. 2 dB schlechter, wobei sich der Verlust jeweils in ca. 1 dB für das Weglassen von Water-Filling und die Verwendung von BICM/PD statt CM oder MLC/MSD aufteilt. Offenbar gibt es einen optimalen SNR-Bereich für die 256-QAM-Modulation, bei geringerem SNR steigt der Verlust ohne Water-Filling stark an, bei höherem SNR flachen die Kurven für 256-QAM im Vergleich zu einer 16384-QAM stark ab, so daß nur bei $R_m = 3$ mit 256-QAM trotz der weitgehenden Vereinfachungen der Verlust auf ca. 2 dB beschränkt bleibt.

Vergleich unterschiedlicher Modulationsalphabete

Ein Vergleich unterschiedlicher Modulations-/Codierschemata bei konstanter Modulationsrate R_m ist von Interesse, da Modulationsalphabet und Coderate offenbar nicht beliebig gewählt werden können. Daher werden in Bild 3.5 exemplarisch für den MD5-Kanal unterschiedliche Modulationswertigkeiten, diesmal für nur für den einfachsten Fall (kein Water-Filling, BICM/PD), miteinander verglichen. Bei einer Übertragungsrate von $R_m = 3$ (d. h. $C_{PD} = 1.5$ Bit/Kanalbenutzung und Dimension, dargestellt durch die fett-gestrichelte Linie) erscheint es nicht sinnvoll, die Unterträger mit niedrigwertigen Modulationsalphabeten zu belegen. Das notwendige E_s/N_0 beträgt bei Verwendung von 16-QAM ca. 25 dB, bei 64-QAM immer noch 19.5 dB, bei höherwertigen Modulationsalphabeten aber nur ca. 17 dB. Durch die Verwendung niedrigwertiger Modulationsverfahren werden offenbar die besseren Unterträger nicht ausreichend genutzt. Werden keine Bit-Loading-Algorithmen angewandt,

⁹Das angegebene E_s/N_0 für den Fall des Water-Fillings ist nicht korrekt dasjenige, welches am Empfänger anliegt. Es kennzeichnet stattdessen eine – im Vergleich zur gleichmäßigen Verteilung der Sendeleistung auf die Unterträger – äquivalente Sendeleistung. Durch die Anwendung von Water-Filling ist die Bedingung der Unkorreliertheit von Sendesymbolen und Kanalimpulsantwort nach Kap. 2.3.1 verletzt. Man erzielt durch Belegung besserer Unterträger mit mehr Leistung eine Verstärkung des Signals durch den Kanal und somit ein höheres E_s/N_0 am Empfängereingang.

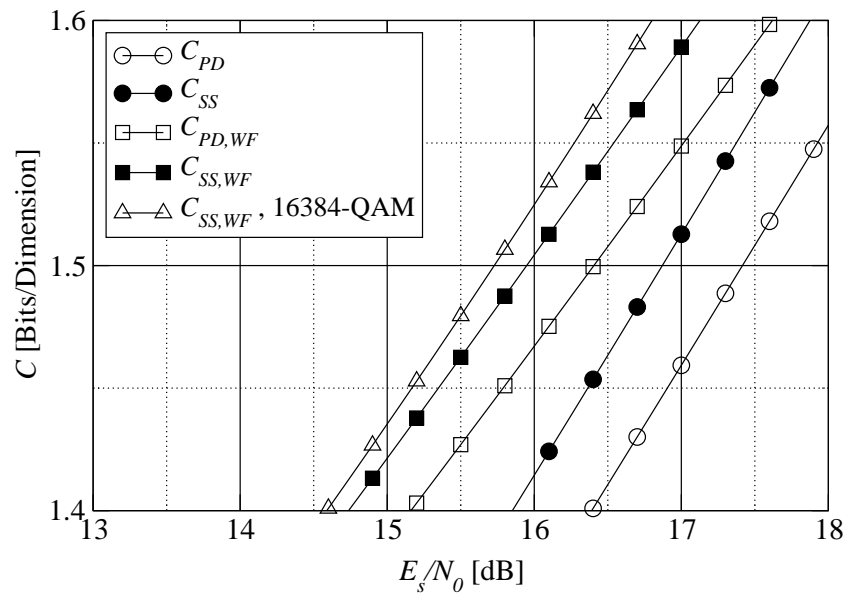


Bild 3.4: Verschiedene Kanalkapazitäten des MD5-Kanals bei 256-QAM-OFDM mit und ohne Water-Filling bei ca. 1.5 Bit/Dimension

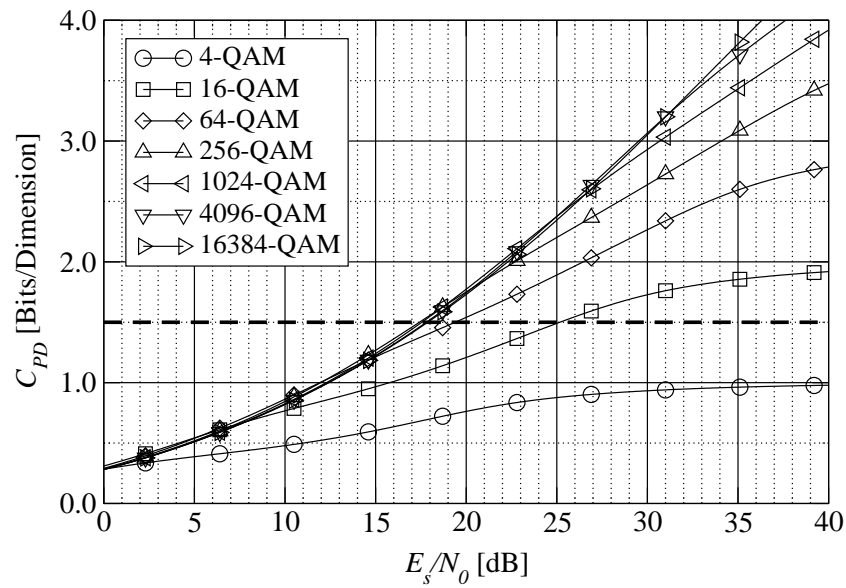


Bild 3.5: Kanalkapazität von BICM/PD für den 5-Tap-MD-Kanal

so ist demnach die Kombination höherwertiger Modulationsalphabete mit niedriggradigen Codes sinnvoll.

Simulationsergebnisse

Zur Überprüfung der vorhergehenden Aussagen dienen Simulationen der Bitfehlerrate mit dem idealisierten BICM-OFDM-Übertragungssystem nach Bild 2.3/Bild 2.4 und Bild 3.1.

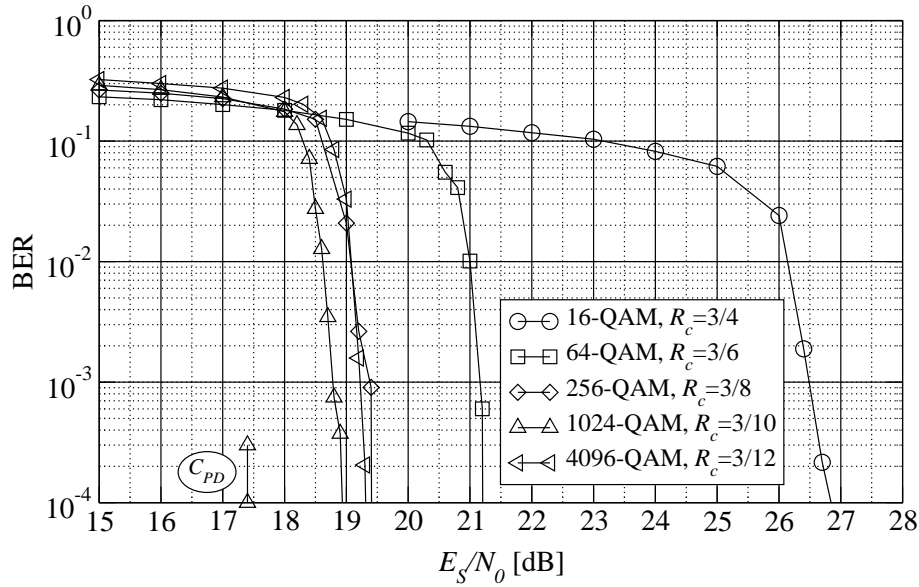


Bild 3.6: BER bei Verwendung von BICM/PD-OFDM über den MD5-Kanal und einer Nettorate von $R_m=3$ Bit/komplexem Symbol. Dargestellt sind Ergebnisse für unterschiedliche Kombinationen von Modulationswertigkeit und Coderate.

Als Parameter wurden $N = 1024$, $N_u = 9N$, in Verbindung mit den unter Abs. 3.3.3 beschriebenen Codes, gewählt. Die Simulationsergebnisse für den 5-Tap-MD-Kanal sind in Bild 3.6 dargestellt. Zum Erreichen einer Bitfehlerrate von 10^{-4} ist jeweils ein um ca. 1-2 dB größeres E_s/N_0 notwendig ist, als durch die Kanalkapazität minimal vorgegeben. Wie bei der Kapazität sind die Ergebnisse für 16-QAM/ $R_c = 3/4$ und 64-QAM/ $R_c = 3/6$ eindeutig schlechter als für höherwertige Modulationsalphabete. Die besten Resultate ergeben sich für die Kombination 1024-QAM/ $R_c = 3/10$, wobei die geringfügige Verbesserung um ca. 0.5 dB gegenüber 256-QAM/ $R_c = 3/8$ auch auf dem veränderten Code beruhen kann (für $R_c < 1/3$ wird ein anderer Muttercode verwendet, vgl. Abs. 3.3.3).

Trotzdem sollte man bei BICM/PD das Modulationsalphabet nicht beliebig vergrößern. Vergleicht man C_{PD} mit C_{SS} für den gedächtnisfreien AWGN-Kanal, so nimmt der Verlust von BICM/PD mit größer werdendem Modulationsalphabet zu. Ab einer bestimmten Größe des Modulationsalphabetes überwiegt dann der BICM-Verlust die durch die bessere Ausnutzung guter Unterträger entstehenden Gewinne. Dies wird hier am Beispiel von 4096-QAM/ $R_c = 3/12$ deutlich. Die Kombination ist um ca. 0.5 dB schlechter als 1024-QAM/ $R_c = 3/10$.

3.4.2 Fading-Kanäle

Kapazität von Fading-Kanälen bei OFDM

Bei Flat-Rayleigh-Fading-Kanälen mit perfektem Interleaving werden die Amplituden der Abtastwerte mit einem komplexen Faktor q_c gewichtet, dessen Real- und Imaginärteil unabhängig voneinander gaußverteilt sind. Mit $q_c = q_R + jq_I$, $q = |q_c|$ und der Varianz $\sigma_q^2 = 1$

ist

$$f_{q_I, q_R}(q_R, q_I) = \frac{1}{\pi} e^{q_R^2 + q_I^2}, \quad (3.25)$$

und es ergibt sich für die Amplitude des Wichtungsfaktors mit der Substitution $q^2 = q_R^2 + q_I^2$ die bekannte Rayleigh-Verteilungsdichte,

$$f_q(q) = \begin{cases} 2qe^{-q^2} & \text{für } q \geq 0 \\ 0 & \text{für } q < 0 \end{cases}. \quad (3.26)$$

Mit $p = q^2$ beträgt die Verteilungsdichte bzw. die Verteilungsfunktion des Leistungsfaktors

$$f_p(p) = \begin{cases} e^{-p} & \text{für } p \geq 0 \\ 0 & \text{für } p < 0 \end{cases} \quad \text{bzw.} \quad F_p(p) = \begin{cases} 1 - e^{-p} & \text{für } p \geq 0 \\ 0 & \text{für } p < 0 \end{cases}. \quad (3.27)$$

Bei dem in Abs. 3.1.3 beschriebenen Fading-Modell mit voneinander unabhängigen Kanalkoeffizienten ist bei Anwendung von OFDM die Kapazität die gleiche wie beim gedächtnisfreien

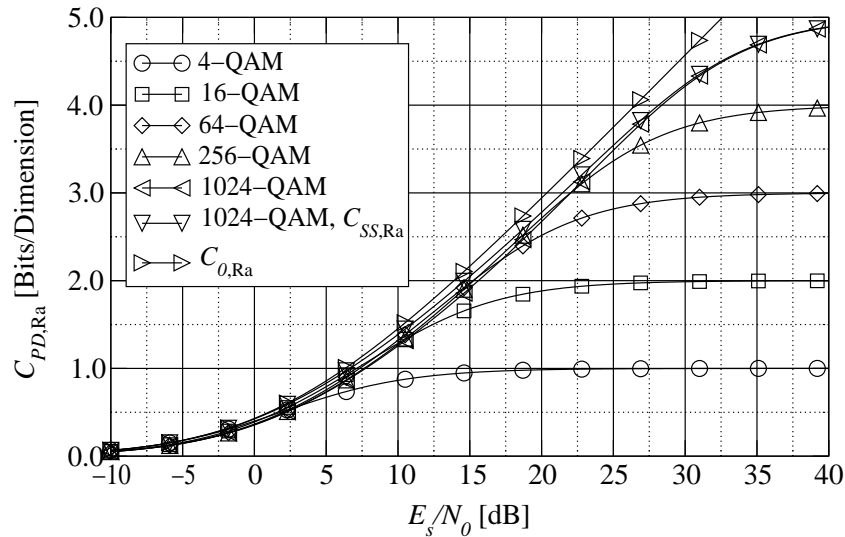


Bild 3.7: Kanalkapazität von OFDM-BICM/PD für Rayleigh-Fading

Rayleigh-Kanal mit additivem weißen gaußschen Rauschen, vgl. Abs. 3.1.3 zur Begründung. Sie läßt sich durch Mitteln der Kapazität des AWGN-Kanals über die Rayleigh-Amplitude berechnen [26]. Es ergibt sich mit¹⁰ $E_s/N_0 = S_A/\sigma_n^2$

$$C_{0,Ra} \left(\frac{S_A}{\sigma_n^2} \right) = \int_0^\infty 0.5 \log_2 \left(1 + p \frac{S_A}{\sigma_n^2} \right) e^{-p} dp = \frac{0.5}{\ln 2} e^{\frac{\sigma_n^2}{S_A}} E_1 \left(\frac{\sigma_n^2}{S_A} \right) \quad (3.28)$$

für die ideale Kapazität sowie

$$C_{xx,Ra} \left(\frac{S_A}{\sigma_n^2} \right) = \int_0^\infty C_{xx,AWGN} \left(p \frac{S_A}{\sigma_n^2} \right) e^{-p} dp \quad (3.29)$$

¹⁰Zur Ableitung der Kapazitäten des Rayleigh-Fading-Kanals wird als Terminologie S_A/σ_n^2 statt E_s/N_0 verwendet. Dies vereinfacht die spätere Ableitung im Zusammenhang mit Water-Filling.

für die $C_{SS,Ra}$ und $C_{PD,Ra}$. Hierbei ist $E_1(x)$ die Integralexponentialfunktion

$$E_1(x) = \int_x^\infty \frac{e^{-t}}{t} dt = - \left(\gamma + \ln x + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-x)^n}{nn!} \right), \quad x > 0 \quad (3.30)$$

mit der Eulerschen Konstante $\gamma = 0.57721566\dots$, vgl. [1]. Bild 3.7 zeigt die Kapazität des Fading-Kanals bei Verwendung von OFDM-BICM/PD für verschiedene Modulationswertigkeiten. Die Kapazitätskurven flachen im Vergleich zum MD5-Kanal mit höherem E_s/N_0 nicht so schnell ab. Bei der zuvor gewählten Modulationsrate von $R_m = 3$ ist bei Fading die Kombination 16-QAM/ $R_c = 3/4$ nur noch geringfügig schlechter als Kombinationen mit höherwertigen Modulationsalphabeten. Offenbar ist die Verwendung höherwertiger Modulationsalphabete bei Fading-Kanälen nicht in gleichem Umfang notwendig wie bei „ausgesucht schlechten“ Kanalprofilen wie dem MD5-Kanal.

Simulationsergebnisse für Fading

Zur Auswertung des Verhaltens bei Fading wurden Simulationen mit dem in Abs. 3.1.3 beschriebenen Fading-Kanal der Gedächtnislänge 5 unter Verwendung des Turbo-Codes aus Abs. 3.3.3 durchgeführt. Die Interleavertiefe des Turbo-Codes betrug $N_u = 9N$ Bits (wie zuvor) oder $N_u = 63N$ Bits ($N = 1024$, mit einer entsprechenden Anzahl von codierten Bits) bei je maximal 5 Iterationen des Decoders. Der Kanal wurde nach jedem OFDM-Symbol neu ausgewürfelt, so daß das Interleaving mit $R_m = 3$ als Modulationsrate $N_s = 3$ oder $N_s = 21$ verschiedene Kanalprofile umfaßt. $N_s = N_u/3N$ ist hierbei die Anzahl der OFDM-Symbole.

Bild 3.8 bestätigt, daß die Differenzen zwischen unterschiedlichen Modulationsparametern wesentlich geringer ausfallen, als beim MD5-Kanal. Für $N_u = 9N$ ist z. B. die Kombination 16-QAM/ $R_c = 3/4$ nur ca. 1.5 dB schlechter als 64-QAM/ $R_c = 3/6$. Für die geringere Interleaver-Tiefe ist allerdings der Abstand zur Kapazität mit 6-7 dB wesentlich größer als beim MD5-Kanal. Dies liegt in der Hauptsache daran, daß die Bitfehlerrate im wesentlichen durch wenige, stark fehlerbehaftete Bursts bestimmt wird. Eine Verbesserung ist hier bei nicht-variabler Modulationsrate nur durch eine größere Interleaving-Tiefe möglich,¹¹ wie an den Vergleichskurven für $N_u = 63N$ zu erkennen ist.

In beiden Fällen zeigt sich auch hier der negative Einfluß einer zu hohen Coderate (Kombination 16-QAM/ $R_c = 3/4$) auf die Gesamteffizienz des Systems. Allerdings ist der Effekt nicht so stark ausgeprägt wie bei ausgesucht, schlechten festen Kanalprofilen. Wie zuvor sollte man das Modulationsalphabet auch nicht beliebig vergrößern, da die Ergebnisse sonst wieder schlechter werden. Als grober Richtwert kann gelten, daß die Coderate nicht größer sein sollte als $R_c = 1/2$.

¹¹Hierbei genügt es, wenn der dem Coder nachfolgende Interleaver π (vgl. Bild 3.1) ausreichend groß ist, da die Begrenzung der Leistungsfähigkeit nicht von der Größe des Turbo-Code-Interleavers abhängt. Wahlweise kann man aber auch nur den TC-Interleaver vergrößern, der Effekt ist ähnlich.

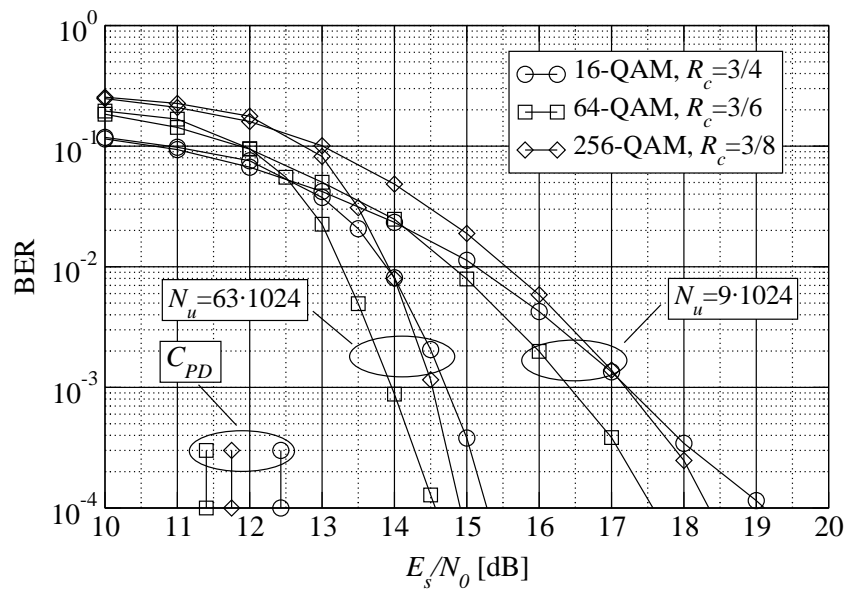


Bild 3.8: BER für OFDM-BICM/PD für den WS-Kanal.

3.4.3 Vergleich von BICM-OFDM gegenüber Einträgerübertragung mit iterativer Entzerrung

Für Einträgerübertragung existiert mit der sogenannten „iterativen Entzerrung“ ein Verfahren zur Sendefolgendetektion, bei dem die Soft-Informationen des Decoderausgangs einem Soft-In-/Soft-Out-Entzerrer, z. B. auf Basis des BCJR-Algorithmus [3], zur Verfügung gestellt werden, um eine erneute Iteration von Entzerrung und Decodierung zu starten. Das Verfahren ähnelt dem der Turbo-Decodierung seriell verknüpfter Codes [5], der ISI-Kanal wird dabei als Encoder aufgefaßt. Iterative Entzerrung ist im Vergleich zu anderen Entzerrern, wie z. B. DFE-basierten Verfahren, rechenaufwendig, kann aber bei schlechten Kanalprofilen zu erheblichen Verbesserungen gegenüber nicht-iterativen Verfahren führen. Bauch et al. untersuchten das Verfahren anhand des MD5-2-Kanals, vgl. [4]. Die für diesen Kanal erreichten Ergebnisse werden nachfolgend mit der Anwendung von BICM-OFDM verglichen.

Kapazität

Analog zu den in Abs. 3.4.1 vorgenommenen Untersuchungen zeigt Bild 3.9 die Kapazität C_{PD} des MD5-2-Kanals. Bei einer Nettorate von $R_m=1$ (0.5 Bit/Dimension), ergibt sich bei Verwendung von 4-QAM/ $R_c = 1/2$ ein notwendiges E_s/N_0 von ca. 9.5 dB, bei höherwertigen Modulationsverfahren dagegen sind es nur ca. 4 dB. Es erscheint also sinnvoller, 16-QAM in Verbindung mit einem Code der Rate $R_c = 1/4$ als 4-QAM/ $R_c = 1/2$ zu verwenden. Weiterhin ist zum Vergleich noch die 16-QAM Kurve bei Verwendung von Water-Filling angegeben. Wegen der Kombination von relativ geringer Übertragungsrate und schlechtem Kanalprofil können hier durch Water-Filling noch über 3 dB gewonnen werden.

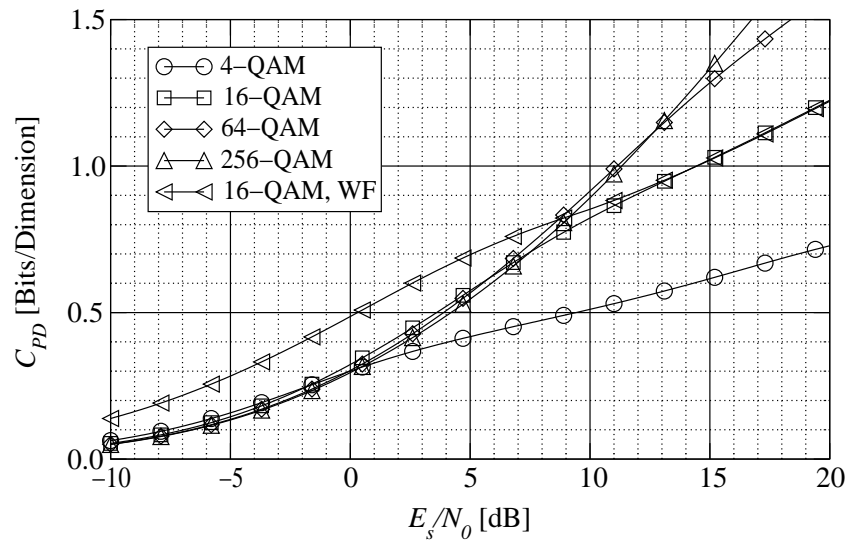


Bild 3.9: Kanalkapazität von BICM/OFDM für den MD5-2-Kanal bei verschiedenen Modulationswertigkeiten. Zusätzlich dargestellt ist 16-QAM mit Water-Filling.

Simulationsergebnisse für den MD5-2-Kanal

Bild 3.10 zeigt Simulationsergebnisse bei Turbo-Codierung des idealisierten OFDM-Systems nach Bild 3.2. Als Code mit $R_c = 1/2$ dient der Turbo-Code von Berrou aus [8], für $R_c = 1/4$ und $R_c = 1/6$ finden die in Anh. B.1 beschriebenen Codes Verwendung. Die Interleaver-Tiefe beträgt $N_u = 8N = 8192$ bzw. $N_c = N_u/R_c$. Bits. Man erkennt, daß das notwendige E_s/N_0

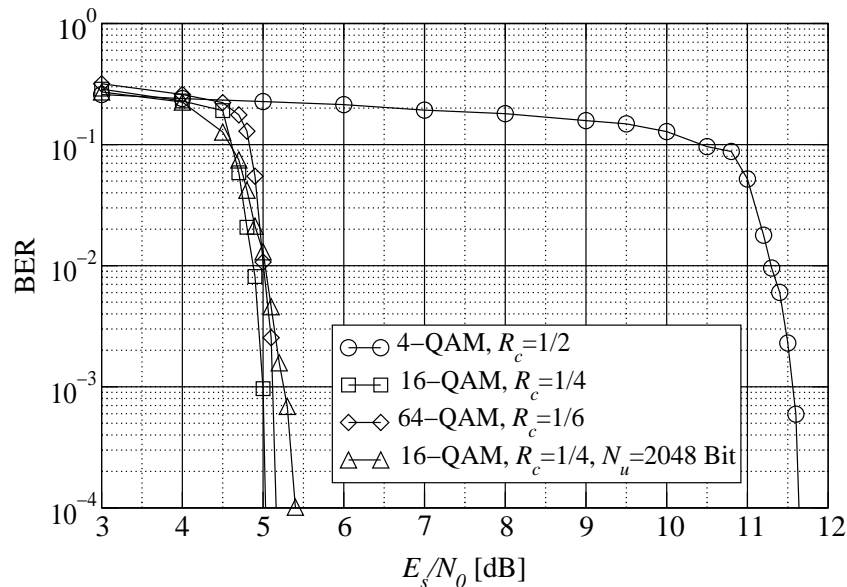


Bild 3.10: Simulationsergebnisse bei der Verwendung OFDM-BICM/OFDM mit Turbo-Codierung über den MD5-2-Kanal, $R_m = 1$ Bit/komplexem Symbol, Interleaver-Tiefe $N_c = N_u/R_c$, $N_u = 8192$, kein Water-Filling.

zum Erreichen einer Bitfehlerrate von ca. $\text{BER}=10^{-4}$ wie erwartet jeweils ca. 1-2 dB von der Kapazitätsgrenze (Bild 3.9) entfernt liegt, woraus sich ein Vorteil von nahezu 6 dB bei Verwendung der Kombinationen 16-QAM/ $R_c = 1/4$ oder 64-QAM/ $R_c = 1/6$ gegenüber 4-QAM/ $R_c = 1/2$ ergibt.

Verglichen mit dem Verfahren iterativer Entzerrung in [4], bei dem bei vergleichbarer Modulationsrate ein E_s/N_0 von ca. 5.2 dB zum Erreichen von $\text{BER} = 10^{-4}$ nötig war, sind die Ergebnisse von BICM-OFDM bei $N_u = 8192$ etwas besser, bei mit [4] vergleichbarer Interleaver-Tiefe ($N_u = 2048$) ungefähr gleich. Dies bedeutet, daß man selbst bei Anwendung der einfachsten Methode von OFDM (kein Water-Filling, kein Bit-Loading, BICM/PD) im Vergleich zu Einträgerübertragung mit aufwendig kombinierter Entzerrung/Decodierung gleichwertige Ergebnisse erzielen kann. Darüber hinaus hat OFDM den wesentlichen Vorteil, daß der Demodulationsaufwand bei höherwertigen Modulationsalphabeten nur linear und nicht exponentiell mit der Anzahl der Signalpunkte steigt und auch nahezu unabhängig von der Länge des zu entzerrenden Kanals ist. OFDM kann daher im Gegensatz zu einem Einträgerverfahren mit iterativer Entzerrung auch bei vergleichsweise langen Kanälen und höhervalenten Modulationsarten eingesetzt werden. Zusätzlich ist durch Water-Filling in einfacher Weise eine Optimierung der Sendeleistungsverteilung bezüglich der Kanalbedingungen möglich, wenn der Kanal vorab dem Sender und dem Empfänger bekannt ist.

4 Water-Filling

4.1 Vereinfachtes Water-Filling – Grundlagen

Der klassische Water-Filling-Ansatz ist in Abs. 3.2.4 beschrieben. Hierbei wird basierend auf informationstheoretischen Betrachtungen die Sendeleistungsverteilung bei mehreren zur Verfügung stehenden AWGN-Kanälen optimiert. Die Bestimmung der Sendeleistungsverteilung ist jedoch rechenintensiv. Daher erscheint es sinnvoll, vereinfachte Methoden des Water-Fillings zu untersuchen.

Nachfolgend soll zwischen drei Water-Filling-Methoden unterschieden werden, abkürzend als WF1, WF2 und WF3 bezeichnet.

1. WF1, optimales Water-Filling nach Abs. 3.2.4.
2. WF2, Weglassen schlechter Unterträger bei gleichmäßiger Sendeleistungsverteilung auf die benutzten Träger. Die unter dieser Einschränkung optimale Unterträgeranzahl wird bestimmt.
3. WF3, wie WF2, nur daß die zu verwendenden Unterträger anhand eines vereinfachten SNR-Kriteriums bestimmt werden.

WF2

Die Möglichkeit, schlechtere Träger einfach wegzulassen und die überschüssige Leistung gleichmäßig auf die verbleibenden Träger zu verteilen, findet sich u.a. bereits bei Rohling und Grünheid [55]. Sie wurde dort bezüglich der Bitfehlerrate bei Fading-Kanälen im Zusammenhang mit DAPSK-OFDM (Differential Amplitude Phase Shift Keying) untersucht. Hier sollen zunächst Aussagen durch Vergleich der Kanalkapazität für kohärente OFDM-Übertragung mit unterschiedlichen Modulationswertigkeiten getroffen werden. Die Berechnung der optimalen Unterträgeranzahl ist allerdings ähnlich aufwendig wie die Bestimmung der Leistungsverteilung bei WF1.

WF3

Betrachtet man für WF2 und optimale Trägeranzahl das SNR des schlechtesten verwendeten Unterträgers, so kann man eine vereinfachte heuristische Regel zur Auswahl der Unterträger aufstellen. Es findet dann keine langwierige Optimierung mehr statt, sondern es werden einfach die Unterträger ausgewählt, die ein bestimmtes SNR überschreiten. Bezüglich der

Kapazität erzielt man so nur minimal schlechtere Ergebnisse als durch optimales Water-Filling gemäß Abs. 3.2.4.

Die Ergebnisse für vereinfachtes Water-Filling werden zunächst anhand der Annahme einer Rayleigh-Verteilung der Unterträgeramplituden (vgl. Abs. 3.4.2) hergeleitet und anschließend beispielhaft bezüglich zweier Kanäle, dem MD5-2-Kanal und einem zufällig ausgewürfelten WS-Kanal, dargelegt.

Da im Gegensatz zu bekannten Bit-Loading-Techniken [17, 29] nach wie vor die Bitfehler-rate (uncodiert) auf den einzelnen Unterträgern stark variieren kann, muß eine Codierung aller Bits vorgenommen werden. Allerdings ist die SNR-Spanne der verwendeten Unterträger bei Water-Filling insgesamt geringer, so daß nicht in gleichem Maß die Notwendigkeit der Kombination höherwertiger Modulationsalphabete mit niedrigwertigen Codes besteht.

4.1.1 Water-Filling für Rayleigh-Fading-Kanäle

Optimales Water-Filling für Rayleigh-verteilte Unterträgeramplituden, WF1

Ausgehend von einer Rayleigh-Verteilung der Unterträger sollen nachfolgend Ideen für eine vereinfachte Auswahl der Unterträger abgeleitet werden. Dazu wird zunächst die ideale Leistungsbelegung bei Rayleigh-verteilter Unterträgeramplitude bestimmt.

Mit $E_s/N_0 = S_A/\sigma_n^2$ (S_A stellt die mittlere Sendeleistung pro Unterträger dar und σ_n^2 das Rauschen am Empfänger vor der linearen Entzerrung) wird entsprechend der Rayleigh-Verteilungsdichte $f_p(p)$ nach (3.27) ein Anteil der Unterträger mit dem jeweiligen Faktor p in der Leistung multipliziert. Für Unterträger mit Sendeleistung $S_{A,i}$ erhält man bei einem bestimmten $p = p_i$ die Empfangsleistung $p_i S_{A,i}$ und das Rauschen σ_n^2 , bzw. $S_{A,i}$ und σ_n^2/p_i nach der linearen Entzerrung. Bei insgesamt N_t Unterträgern trifft dies im Intervall der Größe Δp um ein bestimmtes $p = p_i$ näherungsweise für die Anzahl von $N_{t,i} \approx N_t f_p(p_i) \Delta p$ Unterträgern zu.

Nach (3.15) ist für Water-Filling die Summe aus Signal- und Rauschleistung konstant,

$$S_{A,i} + \sigma_n^2/p_i = S_L \quad \text{mit } S_L = \text{konst}, \quad (4.1)$$

und es gilt als Nebenbedingung bezüglich der Gesamtsendeleistung

$$\sum_{i=i_0}^{\infty} S_{A,i} N_{t,i} = S_A N_t \quad (4.2)$$

für alle Träger mit $\sigma_n^2/p_i < S_L$.

Die Rauschleistung beträgt an der Stelle des schlechtesten verwendeten Unterträgers maximal

$$S_L = \frac{\sigma_n^2}{p_0} \quad (4.3)$$

für einen zu bestimmenden Wert $p = p_0$, wobei p_0 abkürzend für p_{i_0} verwendet wird. p_0 ist somit der minimale Leistungsfaktor der Rayleigh-Verteilung, dessen zugehöriger Unterträger bei optimalem Water-Filling gerade noch verwendet wird.

Einsetzen von (4.1) in (4.2) ergibt

$$\sum_{i=i_0}^{\infty} \left(S_L - \frac{\sigma_n^2}{p_i} \right) N_{t,i} = \sum_{i=i_0}^{\infty} \left(S_L - \frac{\sigma_n^2}{p_i} \right) N_t f_{\mathbf{p}}(p_i) \Delta p = N_t S_A \quad (4.4)$$

bzw.

$$\sum_{p_i > p_0} \left(\frac{S_L}{\sigma_n^2} - \frac{1}{p_i} \right) f_{\mathbf{p}}(p_i) \Delta p = \sum_{p_i > p_0} \left(\frac{1}{p_0} - \frac{1}{p_i} \right) f_{\mathbf{p}}(p_i) \Delta p = \frac{S_A}{\sigma_n^2}. \quad (4.5)$$

Geht man nun von einer großen Anzahl ($N_t \rightarrow \infty$) an Unterträgern und kleiner werdenden Intervallen ($\Delta p \rightarrow 0$) aus, so kann man den Übergang zur kontinuierlichen Verteilung vornehmen, und p_0 ist implizit gegeben durch

$$\int_{p_0}^{\infty} \left(\frac{1}{p_0} - \frac{1}{p} \right) f_{\mathbf{p}}(p) dp = \frac{e^{-p_0}}{p_0} - E_1(p_0) = \frac{S_A}{\sigma_n^2}. \quad (4.6)$$

Das Unterträger-SNR für ein bestimmtes p ergibt sich mit den Definitionen $\sigma_p^2 = \sigma_n^2/p$ und $S_p = S_L - \sigma_p^2$ sowie mit (4.3) zu

$$\frac{S_p}{\sigma_p^2} = \frac{p}{p_0} - 1. \quad (4.7)$$

Anschließend läßt sich die Gesamtkapazität bei optimalem Water-Filling und gegebenem p_0 durch

$$C_{0,\text{Ra},\text{WF1}} = 0.5 \int_{p_0}^{\infty} \log_2 \left(\frac{p}{p_0} \right) e^{-p} dp = \frac{0.5}{\ln 2} E_1(p_0) \quad (4.8)$$

für die „ideale“ Kapazität, bzw. durch

$$C_{xx,\text{Ra},\text{WF1}} = \int_{p_0}^{\infty} C_{xx,\text{AWGN}} \left(\frac{S_p}{\sigma_p^2} \right) f_{\mathbf{p}}(p) dp = \int_{p_0}^{\infty} C_{xx,\text{AWGN}} \left(\frac{p}{p_0} - 1 \right) e^{-p} dp \quad (4.9)$$

für C_{SS} und C_{PD} berechnen.

Vereinfachtes Water-Filling für Rayleigh-verteilte Unterträgeramplituden bei optimaler Anzahl genutzter Träger, WF2

Möchte man statt optimalem Water-Filling vereinfacht einen Anteil c , $0 < c \leq 1$, der Unterträger belegen und erhöht dabei die Leistung dieser Träger gleichförmig um einen entsprechenden Faktor $1/c$, so ergibt sich für Rayleigh-verteilte Unterträgeramplituden der zugehörige minimale Leistungsfaktor $p = p_c$ nach (3.27) zu

$$1 - c = F_{\mathbf{p}}(p_c) = 1 - e^{-p_c} \Rightarrow p_c = -\ln c. \quad (4.10)$$

Das minimale Unterträger-SNR, SNR_{\min} , nimmt dann den Wert

$$\text{SNR}_{\min} = -\frac{S_A}{\sigma_n^2} \ln c \quad (4.11)$$

an. Hiervon ausgehend kann man die Kapazität bestimmen,

$$C_{0,\text{Ra},\text{WF2}}(c) = \int_{p_c}^{\infty} 0.5 \log_2 \left(1 + \frac{p}{c} \frac{S_A}{\sigma_n^2} \right) f_p(p) dp \quad (4.12)$$

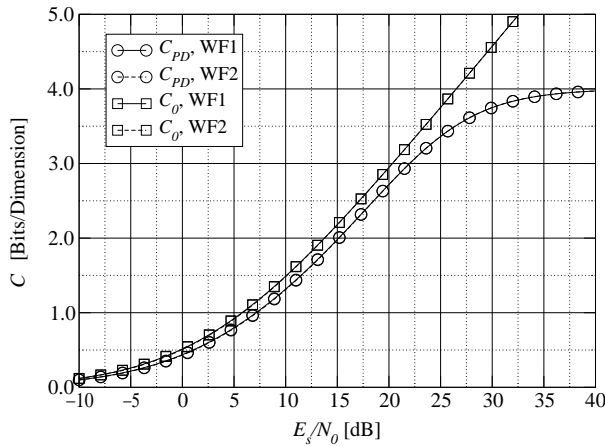
$$= \frac{0.5}{\ln 2} \left(c \ln \left(1 - \frac{1}{c} \frac{S_A}{\sigma_n^2} \ln c \right) + e^{\frac{\sigma_n^2 c}{S_A}} E_1 \left(\frac{\sigma_n^2 c}{S_A} - \ln c \right) \right). \quad (4.13)$$

Der Ausdruck (4.13) ist bezüglich des Unterträgeranteils c in Abhängigkeit vom S_A/σ_n^2 zu maximieren. Hat man für c den entsprechenden Wert c_{\max} gefunden, ist das zugehörige, minimal verwendete Unterträger-SNR nach (4.11)

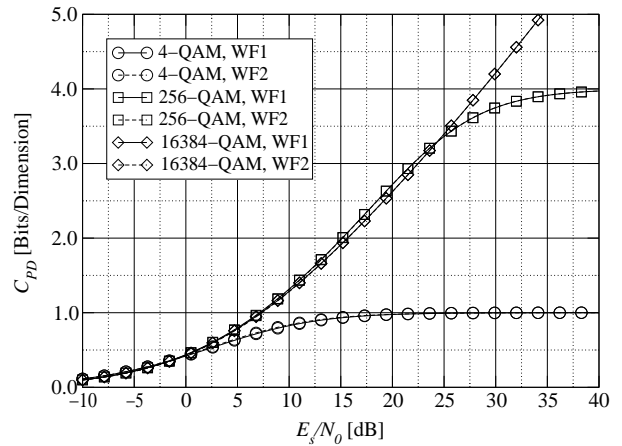
$$\text{SNR}_{\min} = -\frac{S_A}{\sigma_n^2} \ln c_{\max} = \frac{S_A}{\sigma_n^2} p_{c_{\max}}, \quad (4.14)$$

wobei hier SNR_{\min} noch ohne die nachfolgende Erhöhung der Leistung durch Belegung der aktiven Unterträger mit der Signalleistung S_A/c_{\max} angegeben wurde.

Vergleich von WF1 und WF2



(a) C_0 und C_{PD} (256-QAM)



(b) C_{PD} für 4-/256-/16384-QAM

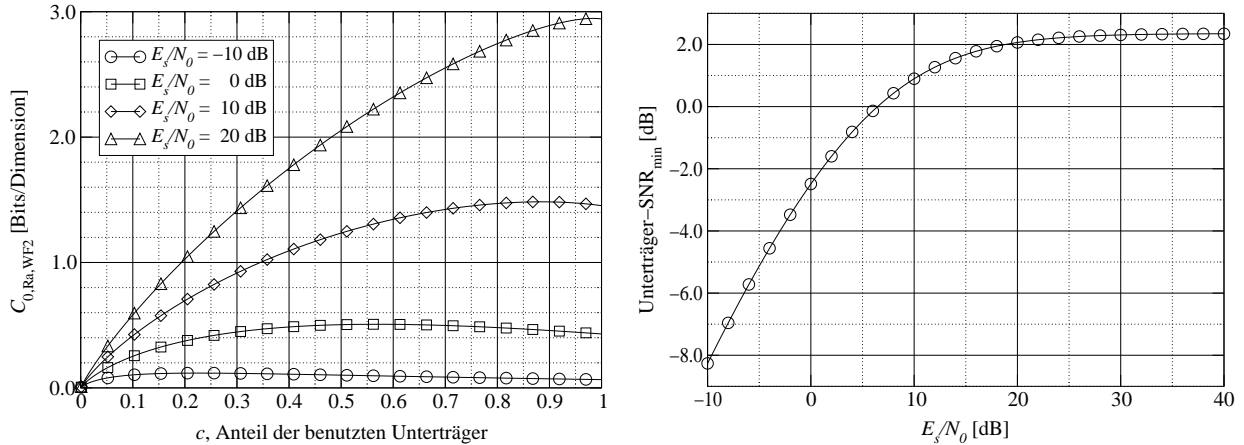
Bild 4.1: Vergleich von WF1 und WF2 für C_0 und C_{PD} (256-QAM, BICM/PD) bei Rayleigh-Fading

Bild 4.1 zeigt einen Vergleich der Kapazitäten für WF1 und WF2 anhand zweier Beispiele des Rayleigh-Fading-Kanals. Ein merklicher Unterschied ist nicht festzustellen, die Kurven liegen praktisch übereinander. Vergleicht man die ermittelten Werte der Kapazitäten, so liegt in allen Fällen die Differenz zwischen optimalem Water-Filling (WF1) und der vereinfachten Version (WF2) bei ca. 0.1 dB und ist daher in der Praxis vernachlässigbar.

Eine ungenaue Leistungsverteilung erscheint daher bei Water-Filling als unkritisch. Die Bestimmung der für WF2 optimalen Unterträgeranzahl ist allerdings ähnlich rechenaufwendig wie die Bestimmung der optimalen Leistungsverteilung für WF1 gemäß (3.15), weshalb nachfolgend ein vereinfachtes Kriterium zur Auswahl der Unterträger vorgestellt werden soll.

Vereinfachte Auswahl der Unterträger, WF3

In Bild 4.2(a) ist die Kapazität C_0 für Rayleigh-Fading bei unterschiedlichen E_s/N_0 in Abhängigkeit des Anteils verwendeter Unterträger dargestellt. Betrachtet man das SNR_{\min} des schlechtesten Unterträgers bei $c = c_{\max}$ abhängig vom E_s/N_0 , so erhält man die Kurve nach Bild 4.2(b). Man erkennt in Bild 4.2(a), daß die Kapazität nur recht langsam absinkt, wenn



(a) Kanalkapazität in Abhängigkeit der relativen Anzahl der verwendeten Unterträger

(b) Minimales Unterträger-SNR im Vergleich zum mittleren Unterträger-SNR bei $c = c_{\max}$

Bild 4.2: Auswahl der Unterträger bei Rayleigh-Fading

man mehr als die optimale Anzahl von Unterträgern verwendet wird. Es sollte daher möglich sein, in Anlehnung an Bild 4.2(b) einfach das minimale Unterträger-SNR abhängig vom E_s/N_0 als Kriterium für eine weiter vereinfachte Auswahl der zu belegenden Unterträger heranzuziehen.

Die Kurve in Bild 4.2(b) soll näherungsweise durch

$$\text{SNR}_{\min} = \begin{cases} 0 \text{ dB} & \text{für } E_s/N_0 > 2 \text{ dB} \\ E_s/N_0 - 2 \text{ dB} & \text{für } E_s/N_0 \leq 2 \text{ dB} \end{cases} \quad (4.15)$$

dargestellt werden.

Mit der Festlegung von SNR_{\min} nach (4.15) werden dann die zu verwendenden Unterträger ausgewählt. Da (4.15) zumeist ein wenig unter der Kurve nach Bild 4.2(b) bleibt, benutzt man in der Regel etwas zu viele Unterträger, was aber nach Bild 4.2(a) nur geringen Einfluß auf die Kapazität des Systems haben sollte.

Vergleich der Kapazitäten (WF1/WF3)

Bild 4.3 zeigt den Vergleich von optimalem Water-Filling (WF1) und vereinfachtem Water-Fillings (WF3) nach (4.15) für den Rayleigh-Kanal. Sowohl für C_{PD} als auch für die Kapazität C_0 (Bild 4.3(a)) liegen die Unterschiede zumeist im Bereich weniger Zehntel dB. Gleiches

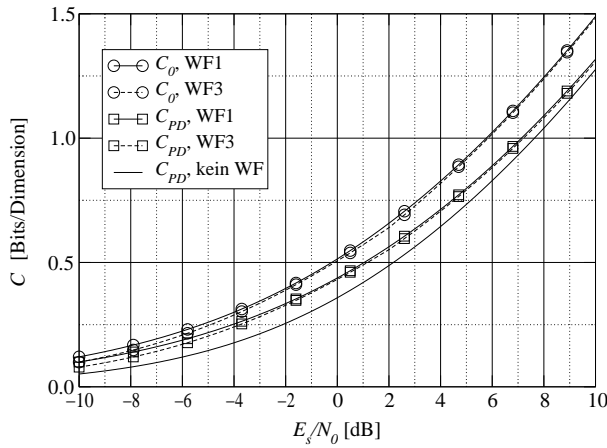
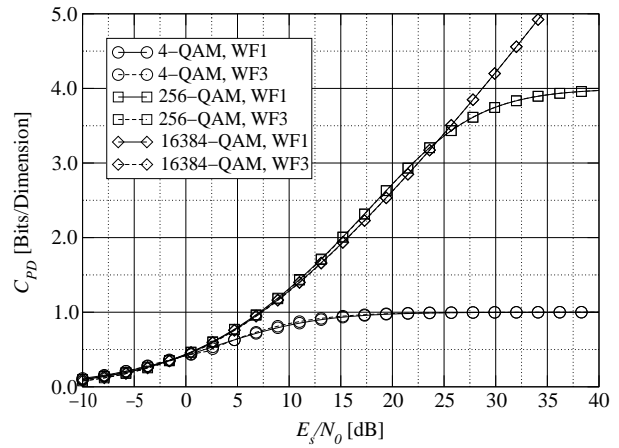
(a) C_0 und C_{PD} (256-QAM)(b) C_{PD} für 4-/256-/16384-QAM

Bild 4.3: Vergleich von WF1/WF3 für C_0 und C_{PD} (256-QAM, BICM/PD) für den Rayleigh-Fading-Kanal

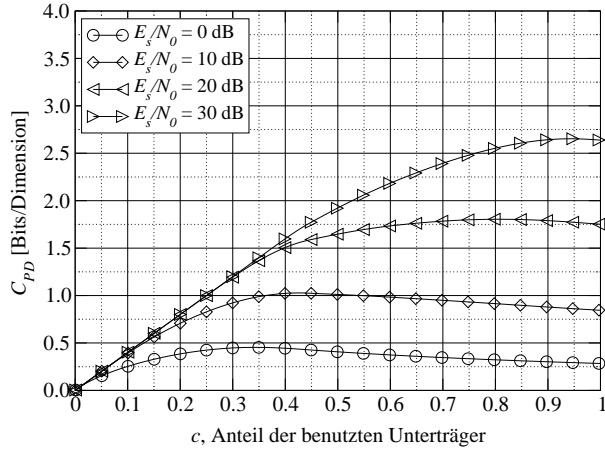
gilt bei Verwendung unterschiedlicher Modulationsalphabete, siehe Bild 4.3(b). Über den gesamten SNR-Bereich sind die Unterschiede zwischen WF1 und WF3 vernachlässigbar. Für C_{PD} ist in Bild 4.3(a) zusätzlich die Kapazität ohne Water-Filling aufgeführt. Wie schon zuvor bemerkt wurde wird deutlich, daß sich Water-Filling nur für relativ geringe Signal-Rausch-Verhältnisse lohnt, vgl. auch [10].

4.1.2 Vereinfachtes Water-Filling für bestimmte Kanäle

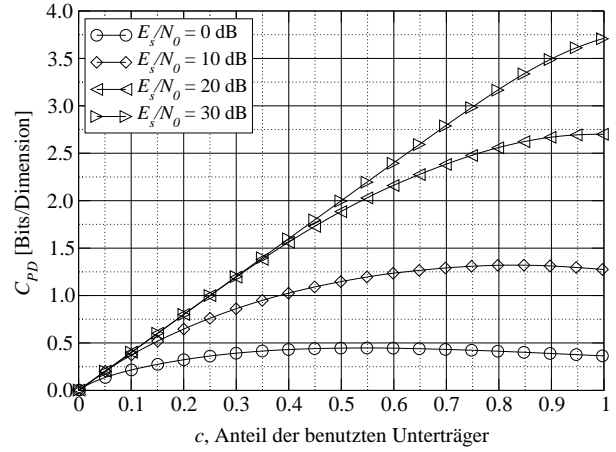
Nachfolgend wird das vorgestellte vereinfachte Water-Filling-Schema anhand zweier exemplarisch ausgewählter Kanäle verifiziert, des MD-5-Kanals sowie eines zufällig ausgewürfelten Kanals des in Abs. 3.1.3 definierten WS-Profiles.

Die Kapazitäten in Abhängigkeit des Anteils der verwendeten Unterträger bei verschiedenen Signal-Rausch-Verhältnissen sind in Bild 4.4 dargestellt. Während der WS-Kanal dem Rayleigh-Kanal ähnelt, fällt die Kapazität des MD-5-Kanals wesentlich geringer aus. Es zeigt sich aber in beiden Fällen, daß die Verwendung etwas zu vieler Träger nur geringen Einfluß auf die Kapazität hat.

Bild 4.5 vergleicht analog zu Bild 4.3 die Kapazität beider Kanäle für ideales und vereinfachtes Water-Filling nach (4.15) (WF1 vs. WF3). Wie zuvor ist das erforderliche E_s/N_0 sowohl für C_0 als auch für C_{PD} (mit 256-QAM) durchgehend nur um ca. 0.2 dB höher als bei optimalem Water-Filling nach Abs. 3.2.4. Die Kurven in Bild 4.5 liegen praktisch übereinander. Der mögliche Gewinn durch Water-Filling ist beim WS-Kanal ähnlich dem Rayleigh-Kanal recht gering, kann aber beim MD5-Kanal im unteren SNR-Bereich 3-4 dB betragen. Obwohl es sich hierbei um Kanalprofil mit starker ISI handelt, sind die Verluste bei Anwendung des vereinfachten WF-Schemas nach (4.15) gegenüber optimalem Water-Filling nicht größer als beim Rayleigh-Kanal.

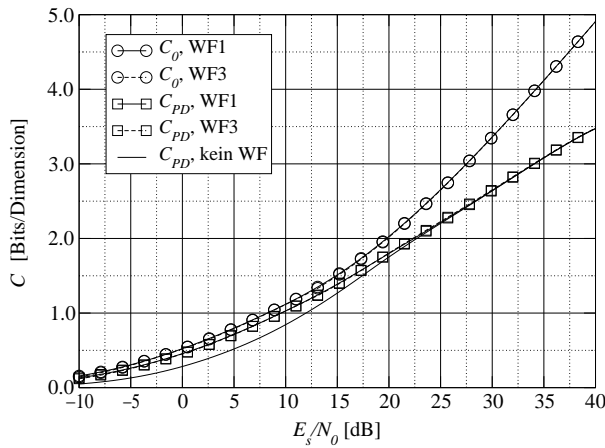


(a) MD5-Kanal

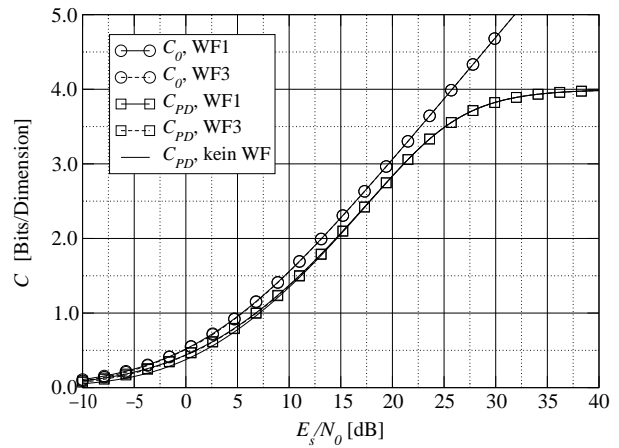


(b) Zufälliger ausgewürfelter WS-Kanal

Bild 4.4: Kanalkapazität in Abhängigkeit der Anzahl der verwendeten Unterträger. Gezeigt wird C_{PD} für 256-QAM



(a) MD5-Kanal



(b) WS-Kanal

Bild 4.5: Vergleich der Kapazitäten C_0 und C_{PD} , bei C_{PD} für 256-QAM (16-ASK)

4.2 Vereinfachtes Water-Filling – Simulationsergebnisse

4.2.1 MD5-2-Kanal

Um die praktische Anwendbarkeit der Idee vereinfachten Water-Fillings zu verdeutlichen, werden Untersuchungen mit dem MD5-2-Kanal nach Abs. 3.1.3 durchgeführt. Wie in Bild 3.9 zu erkennen, sollte hier bei einer Modulationsrate $R_m = 1$ ein Gewinn von mehreren dB durch

Water-Filling möglich sein. Bei einem E_s/N_0 von 0.4 dB (Kapazitätsgrenze, vgl. Bild 3.9) ergibt sich mit Hilfe von (4.15) und der Fouriertransformierten der Kanalimpulsantwort des MD5-2-Kanals die Anzahl von $N_t = 367$ aus $N = 1024$ zu verwendenden Unterträgern. Bei einer Modulationsrate von $R_m = 1$ soll das Signalalphabet (16-QAM, $m_q = 4$) konstant bleiben und die Coderate R_c entsprechend der Anzahl der Träger angepaßt werden. R_c ist dann

$$R_c = \frac{NR_m}{N_tm_q} \approx 0.7. \quad (4.16)$$

Da die Anzahl der Unterträger eher zu groß als zu klein sein sollte, werden zwei etwas niedrigere, in einfacher Weise durch Punktierung erreichbare Coderaten berücksichtigt und ausgleichend eine geringfügig höhere Anzahl von Trägern verwendet. Für den Turbo-Code mit Muttercoderate $R_{c,m} = 1/3$ sind zwei mögliche Parameterkombinationen in Tab. 4.1 dargestellt.¹ Zum Vergleich ist weiterhin der Turbo-Code mit der Rate $R_c = 1/4$ aufgeführt, dem allerdings ein anderer Muttercode zu Grunde liegt (vgl. Anh. B.1). In Erweiterung von

R_c	Punktierung	N_t (von 1024)	R_m
2/3	110 100 101 100	384	1.0
3/5	110 101 100	427	1.00078
1/4	siehe Anh. B.1	1024	1.0

Tabelle 4.1: Kombination von Unterträgeranzahl und Coderate, effektive Modulationsrate $R_m \simeq 1$

Bild 3.10 zeigt Bild 4.6 Bitfehlerraten bei Übertragung von effektiv $R_m = 1$ Bit / Modulationssymbol und Unterträger² für das vereinfachte Water-Filling-Verfahren. Die Interleavertiefe (d. h. die Anzahl der uncodierten Bits/Burst) beträgt $N_u = 8 \cdot 1024$, die Anzahl der Turbo-Code-Iterationen 15. Anhand des geringen Unterschiedes zwischen der Verwendung von 384 und 427 Trägern wird deutlich, daß, wie schon aufgrund der Kapazitätskurven anderer Kanäle (vgl. Bild 4.4 und Bild 4.2) zu erwarten war, ein nicht genaues Einhalten der Unterträgeranzahl nur einen geringen Einfluß auf die Effizienz des Verfahrens hat. Das E_s/N_0 bei $\text{BER} = 10^{-4}$ liegt bei 384 Trägern nur um knapp 1 dB über dem von der Kanalkapazität vorgegeben, minimalen E_s/N_0 (0.3 dB für $C_{PD,WF1}$ bzw. 0.4 dB für $C_{PD,WF3}$ für optimales bzw. vereinfachtes Water-Filling), weshalb eine weitere signifikante Verbesserung bei Verwendung von BICM/PD für diesen Kanal nicht zu erwarten ist. Selbst für $C_{0,WF1}$ ist das notwendige E_s/N_0 nur um ca. 1 dB niedriger. Dieser zusätzliche Gewinn ließe sich jedoch nur mit erheblichem Aufwand (Verwendung von MLC, CM oder Feedback-Demodulation, zusätzlich Signal-Shaping) erreichen.

Durch das Weglassen von Unterträgern kann im konkreten Fall ein Gewinn von fast 4 dB gegenüber der Verwendung aller Träger erzielt werden, ohne daß an der sonstigen Übertra-

¹Für $R_c = 3/5$ ergibt sich keine ganzzahlige Anzahl von Unterträgern, die hat aber auf das Ergebnis keine wesentlichen Auswirkungen.

²Hierbei handelt es sich um die Modulationsrate von einem Bit pro *verwendbarem* Unterträger, nicht pro tatsächlich verwendetem Unterträger. Es werden also nur Systeme mit gleicher Bandbreiteneffizienz verglichen.

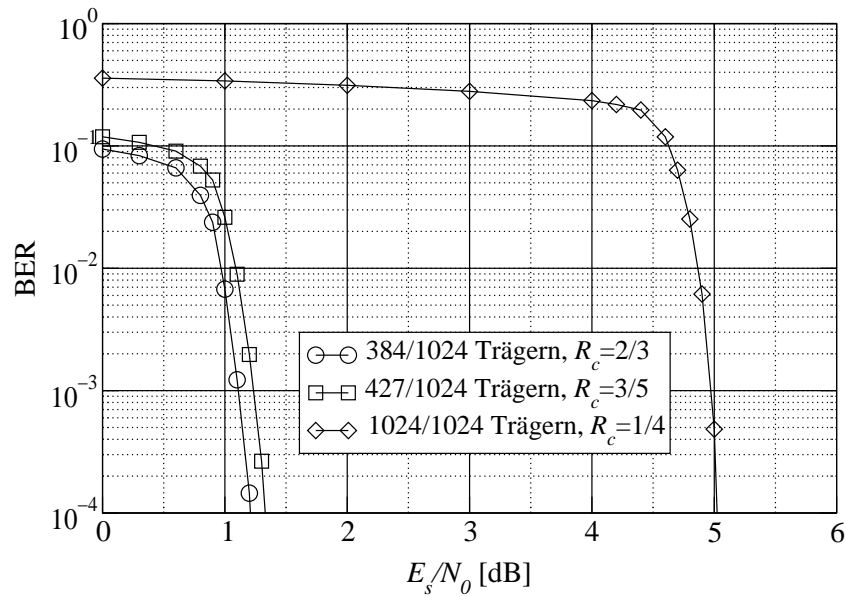


Bild 4.6: Simulationsergebnisse bei der Verwendung von Turbo-Coding über den MD5-2-Kanal bei Unterträgerauswahl.

ungsstruktur Änderungen vorgenommen werden müssen. Interessanterweise sind die Ergebnisse der Übertragung über diesen ISI-AWGN-Kanal mit ausgesucht „schlechtem“ Kanalprofil bei Anwendung von Water-Filling fast genauso gut wie bei einem gedächtnisfreien AWGN-Kanal. Mit einem E_s/N_0 von 1.2 dB bei $\text{BER} = 10^{-4}$ beträgt der Verlust gegenüber einem gedächtnisfreien AWGN-Kanal nur ca. 0.5 dB, vgl. [8].

4.2.2 Zeitvarianter Rayleigh-Fading-Kanal

Zum Vergleich unterschiedlicher Water-Filling-Ansätze beim Fading-Kanal wird abermals der schon in Abs. 3.4.2 verwendete 6-Tap-Fading-Kanal herangezogen. Im Unterschied zu Abs. 3.4.2 wird angenommen, daß der Kanal jeweils für einen gesamten OFDM-Burst, bestehend aus je $N_s = 8$ OFDM-Symbolen, konstant bleibt, da Water-Filling bei einem stark zeitvarianten Kanal eine zu häufige Anpassung bedingen würde. Zwischen den Bursts soll der Kanal sprunghaft wechseln. Da der Einsatz von Water-Filling nur bei relativ niedrigem SNR Gewinne erwarten läßt, werden alle Untersuchungen bei einer effektiven Modulationsrate von $R_m = 1$ vorgenommen. Zwei unterschiedliche Ansätze sollen verfolgt werden.

Zum einen wird die Modulationsrate während eines einzelnen Bursts konstant gehalten, auch wenn die Leistung am Empfänger durch die wechselnden Kanäle stark schwanken kann. Insofern findet kein echtes Water-Filling statt, das auch die Kapazität des aktuellen Kanals berücksichtigen würde. Nur die zu verwendenden Unterträger werden adaptiv bestimmt.

Zum anderen wird versucht, bei gleicher mittlerer Modulationsrate $\bar{R}_m = R_m = 1$ die Rate der unterschiedlichen Bursts den Kanälen variabel so anzupassen, daß sie gerade der Kapazität des aktuellen Kanals entspricht und den Kanal dadurch optimal ausnutzt.

Für die feste Modulationsrate entspricht ein Burst von OFDM-Symbolen genau der Länge

eines Codewortes, d. h. er enthält genau die Anzahl der Nettobits N_u . Bei variabler Modulationsrate gibt es keine feste Zuordnung zwischen einem bestimmten Burst von OFDM-Symbolen und den Codewörtern.

Die Anzahl der *benutzbaren* Unterträger wird in allen Fällen auf 960 (von insgesamt 1024) *fest* ausgewählte Träger beschränkt. Hierdurch findet noch keine Optimierung bezüglich des Water-Fillings statt. Es ist lediglich aus praktischen Gesichtspunkten notwendig, damit bei fester Modulationsrate die Anzahl der Ausgangsbits des Coders für alle möglichen Punktierungsschemata jeweils einer ganzzahligen Anzahl von OFDM-Symbolen entspricht. Für den hier betrachteten Fading-Kanal nach Abs. 3.1.3 ergibt sich gegenüber den Untersuchungen in Abs. 3.4.2 kein wesentlicher Unterschied. Die benutzbaren Träger decken den größten Teil der Unterträger ab, so daß nur ein geringfügig verändertes Verhältnis von Kanallänge zu Unterträgeranzahl die Folge ist.

4.2.3 Feste Modulationsrate

Übertragung ohne Water-Filling

Im Vergleich der Kapazitäten von 4- und 16-QAM für $C_{PD,Ra}$ ohne Water-Filling bei $R_m = 1$ ergeben sich leichte Vorteile für die 16-QAM. Zum Vergleich mit den verschiedenen Water-Filling-Verfahren wird daher 16-QAM mit einer Coderate $R_c = 1/4$ herangezogen.

Fester Unterträgeranteil

Die einfachste Art des Water-Fillings besteht darin, wie z. B. in [55] vorgeschlagen einen festen Anteil der Unterträger, der abhängig von den jeweiligen Kanalbedingungen ausgewählt wird, zu benutzen und den Rest wegzulassen. Je nach betrachteter Kapazität (C_0 / C_{PD}) liegt bei einer Modulationsrate von $R_m = 1$ das minimale E_s/N_0 bei ca. 0-2 dB. Entsprechend der Kurve für $E_s/N_0 = 0$ dB in Bild 4.2(a) beträgt der optimale Unterträgeranteil dann $c \approx 0.5$. In Verbindung mit einer 16-QAM als Modulationalphabet läßt sich das angestrebte $R_m = 1$ mit einer Coderate von $R_c = 1/2$ erreichen. Zur Auswertung werden also für jeden Kanal die besseren 50% der Unterträger ausgewählt und zur Datenübertragung genutzt.

Variabler Unterträgeranteil bei fester Modulationsrate

Soll der Anteil der Unterträger bei festem $R_m = 1$ variieren können, so muß man einen anderen Parameter, z. B. die Coderate oder das Modulationsschema, entsprechend anpassen. Als variabler Parameter wird hier die Coderate gewählt. Das Modulationsschema (wiederum 16-QAM) bleibt fest. Tab. 4.2 zeigt die möglichen Coderaten in Verbindung mit unterschiedlichen Punktierungsschemata und dazugehöriger Unterträgeranzahl. Mit $R_m = R_c m_q N_t / 960 = 1$ ergibt sich $R_c N_t = 240$, die Coderate kann gemäß Tab. 4.2 zwischen $1/3$ und $4/5$, die Trägeranzahl zwischen 300 und 720 variieren. Das Vorgehen zur Auswahl einer entsprechenden Kombination ist im Detail wie folgt:

1. Bestimmung der vorläufigen Anzahl N_{t0} der zu verwendenden Unterträger nach (4.15).

Coderate R_c	Punktierungsschema	$N_t = 960/(m_q R_c)$
0.333 (1/3)	111	720
0.363 (4/11)	111 111 111 110 111 111 111 101	660
0.375 (3/8)	111 111 110 111 111 101	640
0.385 (5/13)	111 110 111 101 111	624
0.400 (2/5)	111 110 111 101	600
0.444 (4/9)	111 110 101 110 111 101 111 101	540
0.455 (5/11)	111 110 101 110 101	528
0.500 (1/2)	110 101	480
0.556 (5/9)	110 101 110 101 100	432
0.571 (4/7)	110 101 110 100 101 110 101 100	420
0.600 (3/5)	110 101 100	400
0.667 (2/3)	110 100 101 100	360
0.714 (5/7)	110 100 101 100 100	336
0.750 (3/4)	110 100 100 101 100 100	320
0.800 (4/5)	110 100 100 100 101 100 100 100	300

Tabelle 4.2: Kombination von Unterträgeranzahl und Coderate, $R_m = 1$, ausgehend von 960 maximal benutzbaren Trägern bei 16-QAM-Modulation

2. Berechnung der ungefähren Coderate $R_{c0} = 960/(4N_{t0})$.
3. Auswahl der nächsten verfügbaren Coderate R_c aus Tab. 4.2, so daß $R_c \leq R_{c0}$, bzw. $N_t \geq N_{t0}$ unter der Nebenbedingung $R_{c,\min} = 1/3$.

Dieses Vorgehen ist allerdings nur begrenzt sinnvoll, da es zwar die Water-Filling-Vorgaben für die Unterträger berücksichtigt, nicht jedoch die Datenrate entsprechend der Kapazität anpaßt. Somit findet kein echtes Water-Filling statt.

Simulationsergebnisse

Für die Simulationen wird eine Code-Interleavertiefe (=Nettobitanzahl) von $N_u = N_s N_t = 8 \cdot 960 = 7680$ gewählt. Als Komponentencodes des Turbo-Coders dienen Faltungscodes optimaler freier Distanz (OFD-Codes) der Rate 1/2 mit Einflußlänge 5 und Polynomen 23 und 35 (oktale Darstellung) bei maximal 12 Iterationen zur Decodierung. Sie weisen für Fading-Kanäle ein besseres Verhalten auf als die von Berrou et al. in [7] verwendeten Polynome 21 und 37. Die Interleavertiefe der codierten Bits wird entsprechend der Coderate/Trägeranzahl angepaßt. Ergebnisse zeigt Bild 4.7. Im Vergleich zur Verwendung aller Träger kann ein Gewinn von ca. 1.5 dB erzielt werden. Dieser ist fast unabhängig davon, ob eine Auswahl der Unterträger mit Coderatenadaption stattfindet oder nicht. Die zusätzlichen Gewinne hierdurch betragen nur ca. 0.3 dB. Insgesamt ist dieses Ergebnis verglichen mit der Kanalkapazität immer noch sehr unzureichend, da aufgrund der schwankenden „Leistung“ der Kanalimpulsantwort manche Bursts schon aufgrund der Kapazitätsgrenze nicht fehlerfrei übertragen werden können und dann in der Regel eine hohe Bitfehlerrate aufweisen.

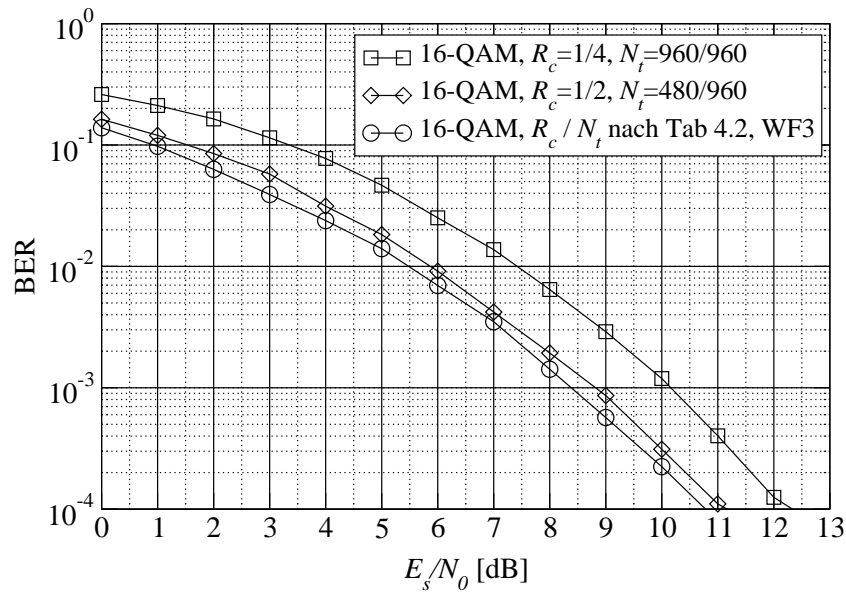


Bild 4.7: WS-Kanal, OFDM mit BICM/PD und Turbo-Codierung

4.2.4 Variable Datenrate

Bei konstanter Modulationsrate ist die Betrachtung von Water-Filling durch Träger-Auswahl im Fading-Kanal nur teilweise sinnvoll, da die Kapazität des jeweiligen Kanals nicht in Betracht gezogen wird. Stattdessen erscheint es günstiger, die Modulationsrate in jedem Burst so anzupassen, daß, abhängig von den gerade gegebenen Kanalbedingungen, jeweils ein Maximum an Daten bei einer bestimmten Bitfehlerrate übertragen werden kann. Hierfür dient die Kapazität als Kriterium.³

Es sollen ebenfalls zwei Verfahren betrachtet werden. Zum einen wird nur die Anzahl der Unterträger, die bei bestimmten Kanalbedingungen zu verwenden sind, anhand von (4.15) ausgewählt. Zum anderen soll zusätzlich versucht werden, die Leistung des gerade aktuellen Kanals in die Adaption miteinzubeziehen.

Wird bei Bestimmung einer Bitfehlerkurve das mittlere E_s/N_0 variiert, so führte eine an den Kanal angepaßte Trägerbelegung zwangsläufig zu einer ebenfalls variierenden mittleren Modulationsrate. Um die Vergleichbarkeit mit den bisherigen Ergebnissen zu gewährleisten, wird daher bei vorgegebener mittlerer Modulationsrate zunächst ein angenommenes $\text{SNR}_0 = E_s/N_0$ bei $\bar{R}_m = 1$ so bestimmt, daß sich im Mittel die Modulationsrate $\bar{R}_m = 1$ ergibt. Dieses angenommene SNR_0 wird dann zur Bestimmung der zu verwendenden Unterträger beibehalten, auch wenn es mit dem tatsächlichen E_s/N_0 nicht übereinstimmt.

³Zwischen der Kapazität und der Bitfehlerrate bei festem Codier-/Modulationsschema besteht näherungsweise eine feste SNR-Differenz, die unabhängig vom Kanal ist, vgl. [32].

Variation der Unterträgeranzahl

Zum Erreichen einer Modulationsrate von $\bar{R}_m = 1$ benötigt man nach Bild 3.7 ein minimal notwendiges E_s/N_0 von ≈ 0.4 dB, von dem zunächst als mittlerem SNR ausgegangen wird. Mit (4.15) ist $\text{SNR}_{\min} = -1.6$ dB, woraus aufgrund von (3.27) für den vorläufigen Unterträgeranteil

$$c_0 = 1 - F_p(p = -2 [\text{dB}]) = e^{-10^{-2/10}} = 0.532 \quad (4.17)$$

folgt.⁴ Mit $\bar{R}_m = c_0 R_c m_q$ erhält man bei 16-QAM die zugehörige vorläufige Coderate von

$$R_{c0} = \frac{1}{m_q c_0} = 0.47. \quad (4.18)$$

Man wählt wiederum eine einfach zu realisierende Coderate $R_c \approx R_{c0}$, z. B. $R_c = 0.5$, woraus als korrigierter Unterträgeranteil $c = 0.5$ folgt. Wegen der Korrektur von Coderate und Unterträgeranteil ist eine Anpassung des minimalen Unterträger-SNRs notwendig. Mit (4.11) erhält man ein $\text{SNR}_{\min} = S_{\min}/\sigma_n^2$, das statt 2 dB jeweils um

$$10 \log_{10} \left(\frac{S_{\min}/\sigma_n^2}{S_A/\sigma_n^2} \right) [\text{dB}] = 10 \log_{10}(-\ln 0.5) [\text{dB}] = -1.59 [\text{dB}] \quad (4.19)$$

unter dem gerade aktuellen mittleren E_s/N_0 liegen muß. Zur Übertragung wählt man dann alle Unterträger $l \in \mathbb{N}_t$ mit $\text{SNR}_c(l) > \text{SNR}_{\min}$ aus. Hierdurch ergibt sich bei Rayleigh-Verteilung der Unterträgeramplituden dann gerade die entsprechende mittlere Modulationsrate $\bar{R}_m = 1$.⁵

Variation von Unterträgeranzahl und Coderate

Die adaptive Trägereauswahl des vorigen Abschnitts garantiert noch keine Ausnutzung des Kanals gemäß der vereinfachten Water-Filling-Regel, da (4.15) nur als Anhaltspunkt für die Trägereauswahl herangezogen wurde. Die aktuelle Kanalkapazität bleibt jedoch unberücksichtigt. Um das E_s/N_0 des aktuellen OFDM-Symbols miteinzubeziehen, wird – unter Beibehaltung der Annahme eines bestimmten SNR_0 – wie folgt vorgegangen:

1. Man bestimmt die vorläufige Anzahl N_{t0} der zu verwendenden Unterträger anhand der vereinfachten Regel (4.15).
2. Gleichzeitig berechnet man aufgrund der Leistung der Kanalkoeffizienten das auf Basis von SNR_0 angenommene $\text{SNR}_{c,0}$ des aktuellen Bursts. Ausgehend von einer ungefähren Rayleigh-Verteilung der Unterträgeramplituden wird mit Hilfe einer Kapazitätskurve für $C_{PD,WF3}$ (vgl. Bild 4.3(b))⁶ die Kapazität des Bursts abgeschätzt und als aktuelle Modulationsrate R_{m0} festgelegt.

⁴Nach (4.15) erhält man für ein mittleres $E_s/N_0 < 2$ dB immer eine Rate von $c = 0.532$, da durch (4.15) der Abstand zwischen dem E_s/N_0 und dem minimalen Unterträger-SNR auf 2 dB festgelegt wurde.

⁵Wollte man weiterhin von der vereinfachten Regel nach (4.15) ausgehen, so bedeutete dies ein angenommenes $\text{SNR}_0 = 1.59$ dB, da auf dieser Basis dann alle Träger verwendet würden, die über 0 dB liegen.

⁶Bild 4.3(b) zeigt die Kapazitäten für 4-/256/16384-QAM, hier ist die Kurve für 16-QAM heranzuziehen.

3. Bei festem Modulationsalphabet (16-QAM, $m_q = 4$) muß die Coderate entsprechend angepaßt werden. Als ungefähre Coderate ergibt sich

$$R_{c0} = \frac{R_{m0}N}{m_q N_{t0}}. \quad (4.20)$$

4. Man wählt aus Tab. 4.2 die nächstkleinere, einfach durch Punktierung zu erzeugende Coderate $R_c \leq R_{c0}$ (bzw. $R_c=1/3$ wenn $R_{c0} < 1/3$).
5. Man bestimmt aufgrund von R_c die korrigierte Anzahl der Unterträger

$$N_{t1} = \left\lfloor \frac{R_c N}{m_q R_{m0}} \right\rfloor. \quad (4.21)$$

6. Die korrigierte Anzahl N_{t1} der Unterträger wird ggf. noch geringfügig abgeändert, so daß für den endgültigen Wert N_t die Anzahl $m_q N_t$ der Bruttobits (nach der Punktierung) eines OFDM-Symbols ein ganzzahliges Vielfaches der Anzahl der „1“-Werte des zur Coderate R_c gehörenden Punktierungsschemas (vgl. Tab. 4.2) ist. Dies ist aus praktischen Gesichtspunkten notwendig, damit das gerade aktuelle Punktierungsschema vollständig ausgeführt wird.⁷

Das zum Erreichen eines bestimmten \bar{R}_m anzunehmende mittlere SNR_0 ist bei diesem Schema nicht analytisch bestimmbar und wird daher empirisch ermittelt. Für die angestrebte mittlere Modulationsrate $\bar{R}_m = 1$ liegt es bei $\text{SNR}_0 \approx 0.95$ dB.

Bei beiden Verfahren mit variabler Datenrate gibt es keine feste Zuordnung zwischen den N_u uncodierten Bits und bestimmten Modulationssymbolen. Im Fall der Coderatenanpassung wechselt die Coderate sogar innerhalb eines Bursts von N_u uncodierten bzw. N_c codierten Bits.

Bild 4.8 zeigt den Unterschied mit und ohne adaptiver Anpassung der Datenrate an die Kanalbedingungen. Schon mit der vereinfachten Methode, d.h. nur durch Variation der Anzahl der verwendeten Unterträger, ergibt sich ein Vorteil gegenüber der nicht optimierten Variante von ca. 7 dB bei $\text{BER}=10^{-4}$. Versucht man, adaptiv auch noch die Modulationsrate gemäß der mittleren Leistung der Kanalkoeffizienten anzupassen, erhält man einen weiteren Gewinn von ca. 2 dB. Bezüglich der berechneten Kapazitätsgrenze von $E_s/N_0 = 0.5$ dB, gültig für 16-QAM und BICM/PD mit vereinfachtem Water-Filling über den Rayleigh-Fading-Kanal, liegt man bei $\text{BER}=10^{-4}$ noch ca. 2.5 dB von der Kapazitätsgrenze entfernt.

Vergleich mit einem Frequency-Hopping System

Die schlechte Effizienz bei fester Modulationsrate ist in der Hauptsache auf wenige Bursts mit recht hoher Bitfehlerrate zurückzuführen, bei denen der Kanal eine fehlerfreie Übertragung mit der gewählten Datenrate nicht erlaubt. Abhilfe kann hier z. B. ein im Verhältnis zur

⁷Eine teilweise Ausführung des Punktierungsschemas würde die Simulation und wahrscheinlich auch eine praktische Implementierung unnötig komplizieren.

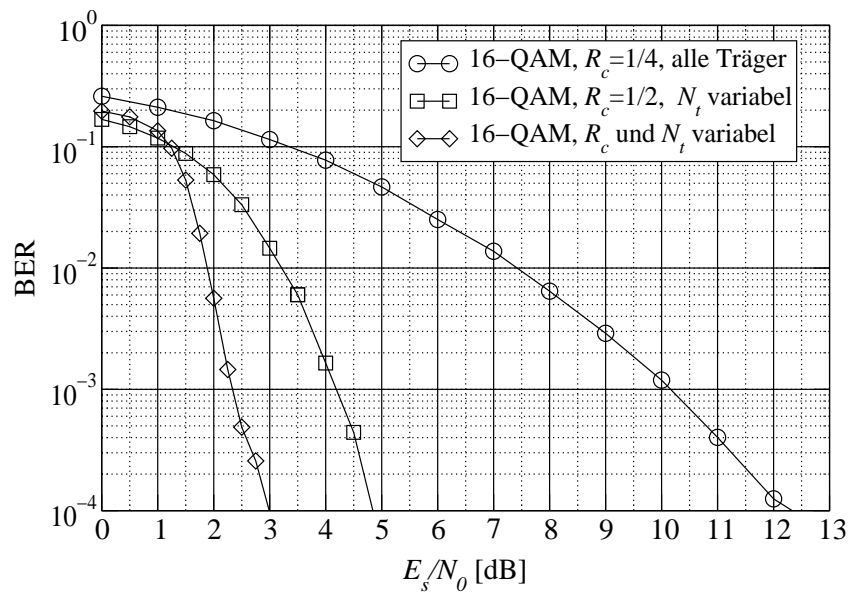


Bild 4.8: Vergleich von Verfahren mit und ohne variabler Datenrate

Kohärenzzeit des Kanals sehr langes Interleaving schaffen. Symbol-by-Symbol-Schätzung des Kanals vorausgesetzt, kann die Trägerfrequenz und folgerichtig der Kanal nach jedem OFDM-Symbol sprungartig wechseln. Deshalb soll ein Vergleich des Verfahrens der adaptiv angepaßten Modulationsrate mit einem System stattfinden, das, wie in Abs. 3.4.2 angenommen, nach jedem OFDM-Symbol die Trägerfrequenz wechselt. Hierdurch wird die Schwankung der mittleren Bitenergie eines mehrere OFDM-Symbole (und somit auch mehrere Kanäle) umfassenden Codewortes geringer. Nachfolgend wird als Interleaving-Faktor (IL-Faktor) die Anzahl der ausgewürfelten Kanäle pro Codewort bezeichnet.⁸

Bild 4.9 zeigt den Vergleich der BER des Systems mit variabler Modulationsrate gegenüber fester Modulationrate bei unterschiedlichen IL-Faktoren. Um ungefähr dieselben Ergebnisse wie mit adaptiver Modulationsrate zu erreichen, ist ein sehr großer Interleaving-Faktor notwendig. Ein solcher ist in der Praxis jedoch aufgrund des erheblichen Speicherplatzbedarfs und der erhöhten Verzögerungszeit kaum realisierbar.

Da hier immer von einem sich sprungartig ändernden Kanal ausgegangen wurde, müßte bei Verzicht auf Frequency-Hopping das notwendige Interleaving sogar um den IL-Faktor länger sein als die Kohärenzzeit T_{coh} des Kanals. Andererseits setzt OFDM einen für die Dauer eines OFDM-Symbols zeitinvarianten Kanal voraus. Das System wird normalerweise so ausgelegt, daß $T_{coh} \gg T_0$ gilt. Beide Forderungen widersprechen einander, so daß in der Praxis eine gute Ausnutzung des Kanals durch ausreichend langes Interleaving ohne Frequency-Hopping nicht möglich erscheint. Frequency-Hopping setzt wiederum schnell einschwingende Lokal-Oszillatoren voraus. Die Einschwingdauer solcher Oszillatoren liegt jedoch im Millise-

⁸Für die Bestimmung der nachfolgenden Kurven wurde die Länge des Turbo-Interleavers verändert. Es ist allerdings auch ohne Performanceverlust möglich, die Länge des Bit-Interleavers nach der Turbo-Codierung zu vergrößern, da weniger die Effizienz des Turbo-Codes, als die Schwankung des E_s/N_0 pro Codewort die Bitfehlerrate bestimmt.

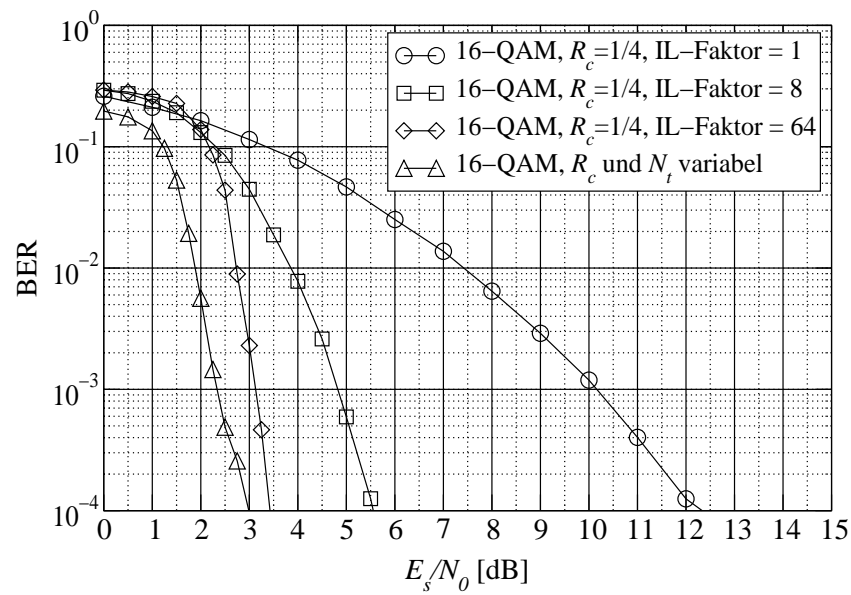


Bild 4.9: Vergleich von adaptiver Wahl der Modulationsrate mit langem Interleaving/Frequency-Hopping

kundenbereich [44]. Deshalb ist es bei Symbolauern im Mikrosekundenbereich, wie sie bei hochbitratigen OFDM-Systemen typischer vorkommen [62][27], in keinem Fall effektiv, nach jedem OFDM-Symbol die Trägerfrequenz zu wechseln.

Als weiteres Argument gegen langes Interleaving können sich im Fall der Anwendung von OFDM für WLAN-Systeme (Wireless Local Area Network) die Protokollvorgaben erweisen. Hierbei kommt es normalerweise nicht auf die Bitfehlerrate, sondern auf die Paketfehlerrate an. Lange Datenpakete führen bei vergleichbarer BER zu einer größeren Paketfehlerrate, so daß der Gewinn durch das lange Interleaving wieder verloren ginge. Ein einzelnes falsches Bit pro Paket bedingt normalerweise schon eine wiederholte Übertragung des gesamten Paketes. Umgekehrt läßt sich bei kurzen Rahmen mit einer entsprechend niedrigeren Paketfehlerrate eventuell trotz schlechterer Bitfehlerrate effektiv ein höherer Datendurchsatz erzielen.

Insgesamt erscheint daher die adaptive Anpassung an die jeweiligen Kanalbedingungen als die einzig sinnvolle Möglichkeit, einen Fading-Kanal mit OFDM-Übertragung hinreichend effektiv zu nutzen. Allerdings bleibt offen, ob eine ausreichend gute Nutzung des Kanals auch ohne Water-Filling und nur durch Anpassung der Modulationsrate möglich ist. Untersuchungen hierzu werden in Kap. 5 vorgenommen.

5 Anwendung der Ergebnisse auf Hiperlan/2

5.1 Einleitung

Die bisherigen Ergebnisse beruhen sämtlich auf der Annahme eines idealisierten Übertragungssystems, wie es in Abs. 2.3.1 vorgestellt wurde. Nachfolgend sollen die zuvor gewonnenen Erkenntnisse anhand eines praktischen OFDM-Systems unter Berücksichtigung realer Übertragungsbedingungen, wie z. B. Frequenz- und Zeitoffset, Fading-Kanal und Kanal-Schätzung verifiziert werden. Hierfür wird exemplarisch das Hiperlan/2-System [27] betrachtet.

Mögliche Verbesserungen durch die Ergebnisse in Kap. 3 und Kap. 4 ergeben sich für die Auswahl von Modulation und Coderate sowie durch die – in Hiperlan/2 nicht vorhandene – Anwendung von Water-Filling. Zum Beispiel weisen verschiedene Modi des Hiperlan/2-Standards im Widerspruch zu den Resultaten des Abs. 3.4 eine hohe Coderate in Verbindung mit einem kleinen Modulationsalphabet auf, was auch tatsächlich zu einer schlechten Effizienz im Fading-Kanal führt [45].

5.2 Systemüberblick Hiperlan/2

Bei Hiperlan/2 [27] handelt es sich um den vor kurzem verabschiedeten ETSI-Standard zur drahtlosen Indoor-Kommunikation. Die Datenübertragung (physikalische Schicht) beruht auf BICM-OFDM. Als Code findet der Standard-Industrie-Faltungscod mit Polynomen 133 und 171 (oktal) Verwendung, und als Modulationsalphabete kommen BPSK, QPSK, 16-QAM sowie 64-QAM in Verbindung mit einer N -DFT¹, $N = 64$, bei insgesamt $N_{tp} = 52$ belegten Unterträgern zum Einsatz. Davon sind $N_t = 48$ für Daten und $N_p = 4$ als Piloten vorgesehen. Die Menge der Pilotträgerindizes ist $\mathbb{N}_p = \{-21, -7, 7, 21\}$, die Menge der Datenträgerindizes $\mathbb{N}_t = \mathbb{Z}_{-26}^{26} \setminus (\mathbb{N}_p \cup \{0\})$. Somit ist $\mathbb{N}_{tp} = \mathbb{Z}_{-26}^{26} \setminus \{0\} = \mathbb{N}_t \cup \mathbb{N}_p$ als Menge aller verwendeten Trägerindizes gegeben. Zusätzlich zu den in jedem OFDM-Datensymbol vorhandenen Piloten werden auch vollständige OFDM-Symbole nur zu Trainings- und Synchronisationszwecken in den Datenstrom eingefügt.

Hiperlan/2 belegt pro Kanal bei einer Abtastzeit von 50 ns und einem Kanalaraster von 20 MHz eine Bandbreite etwas über 16 MHz. Mit einem zyklischen Präfix von $N_G = 16$ Abtastwerten beträgt die Dauer eines OFDM-Symbols $4 \mu s = 1.25T_0$. Nimmt man eine maximale Bewegungsgeschwindigkeit der Teilnehmer von $v = 10 \text{ km/h}$ an, so erhält man als

¹Abweichend von der Definition in Abs. 2.1 wird der Definitionsbereich der DFT bezüglich der zeitlichen Abtastwerte in diesem Kapitel anlehnend an den Hiperlan/2-Standard zu \mathbb{Z}_0^{N-1} gewählt.

groben Schätzwert der minimalen Kohärenzzeit des Kanals

$$T_{coh} \approx 1/f_{d,max} = \frac{c}{vf_c} = 18.9 \text{ ms}, \quad (5.1)$$

mit der Lichtgeschwindigkeit $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ und der maximalen Trägerfrequenz $f_c = 5.7 \text{ GHz}$. Hieraus ergibt sich im ungünstigsten Fall ein Verhältnis von Kohärenzzeit zu erweiterter OFDM-Symboldauer von ungefähr

$$\frac{T_{coh}}{1.25T_0} \approx 4700. \quad (5.2)$$

Der Kanal kann daher bei Hiperlan/2 für die Dauer einiger OFDM-Symbole als zeitinvariant angesehen werden, und es ist ausreichend, nur gelegentlich eine Kanalschätzung vorzunehmen, die dann für mehrere OFDM-Symbole Gültigkeit hat. Als problematisch erweist sich dabei die zunehmende Abweichung der Referenzphase durch den Restfrequenzoffset. Die vier in jedem OFDM-Symbol eingefügten Pilotträger können zur Korrektur dieses Restphasenoffsets eingesetzt werden.

Weiterhin muß eine zuvor vorgenommene Kanalschätzung im Falle adaptiver Modulation als Grundlage für die Parameterberechnung des nächsten zu sendenden Bursts dienen. Die hierfür zulässige maximale Verzögerung T_v beträgt nach [33] ca. $T_v \approx 0.01 T_{coh}$, so daß ein Burst von maximal 47 OFDM-Symbolen für die Rückkopplung vertretbar ist.

Die als Grundlage für die Simulationen dienende Gesamtstruktur des Hiperlan/2-Systems zeigt Bild 5.1. Hierbei sollen nicht alle Aspekte von Hiperlan/2 dargestellt bzw. untersucht werden. Stattdessen wird versucht, mit Hilfe der wesentlichen Elemente der physikalischen Schicht (OFDM-Modulationsverfahren, Pilotträgerplatzierung, Trainingssymbole, Kanalmodelle, etc...) sowie basierend auf den Ergebnissen von Kap. 3 und Kap. 4 Möglichkeiten zur Verbesserung des Systems zu finden.

5.2.1 Sender

Codierung/Punktierung, Interleaving und Modulation

Die Modellierung von Codierung, Punktierung, Interleaving und Modulation erfolgt anhand der Vorgaben des Standards [27]. Die vorgeschlagenen Verbesserungen werden in Abs. 5.3.2 und Abs. 5.3.3 näher erläutert.

Sende- und Empfangsfilter

Der Hiperlan/2-Standard erfordert nur relativ schwach abfallende Sendefilter. Das Sendesignal muß dabei an der Frequenz des äußersten Trägers des benachbarten Kanals nur um ca. 20 dB abgefallen sein. Um Nachbarkanalstörungen auszuschließen, wurde abweichend von den Anforderungen der Hiperlan/2-Spezifikation festgelegt, daß dieser Abfall mindestens 40 dB betragen soll. Erreicht wird dies durch eine Kombination aus Überabtastung in Verbindung mit einer $2N$ -IDFT am Sender (Erweiterung durch Nullen an den Rändern des Spektrums)

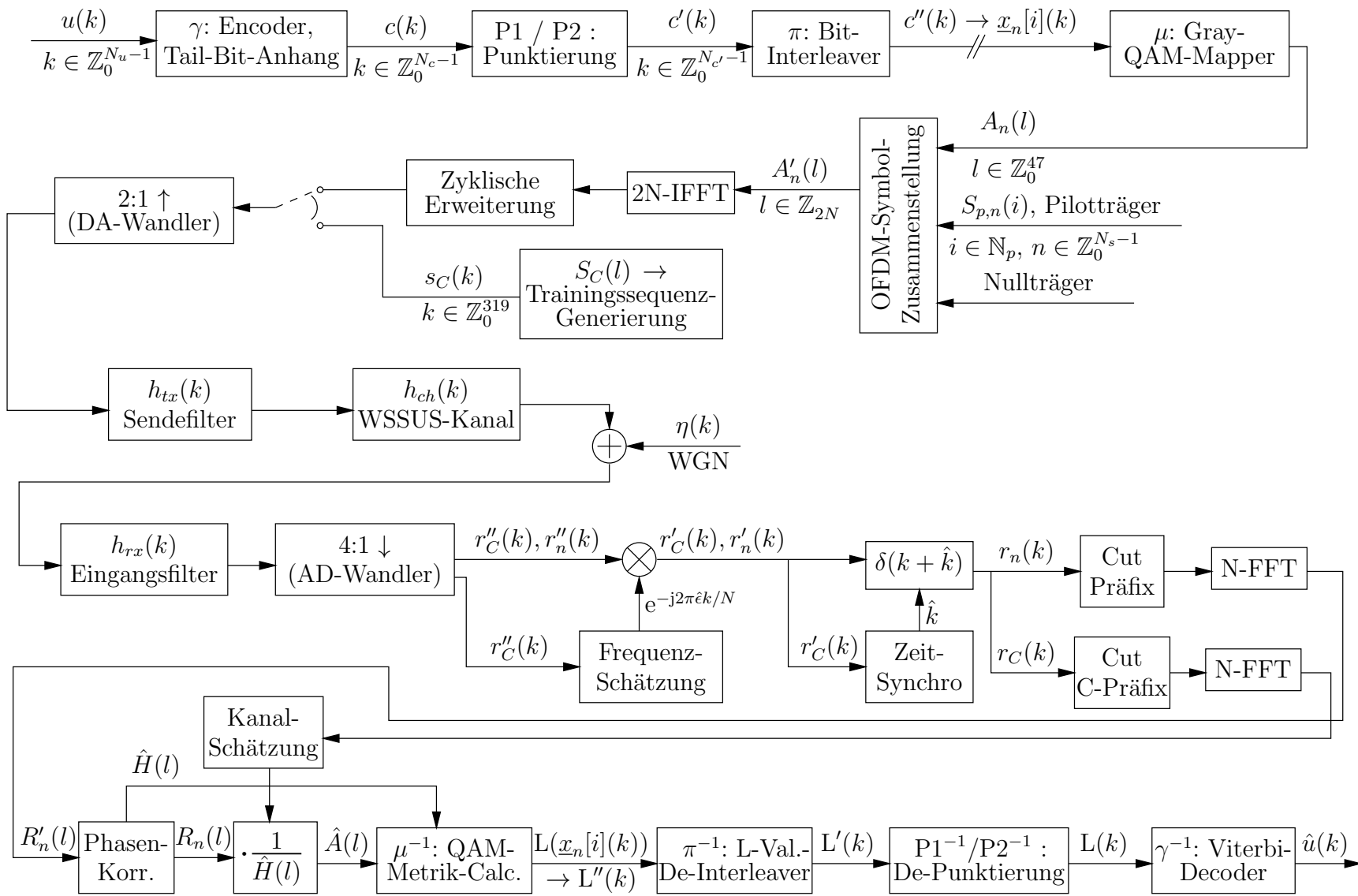


Bild 5.1: Hiperlan/2-Übertragungsmodell

und dem Einsatz eines IIR-Butterworth-Filters sechster Ordnung mit Übertragungsfunktion (Z-Transformierter)

$$H_{z,tx}(z) = \frac{0.000422 + 0.002533z^{-1} + 0.006333z^{-2} + \dots}{1.0000 - 3.4759z^{-1} + 5.3751z^{-2} - \dots} \dots \frac{+0.008445z^{-3} + 0.006333z^{-4} + 0.002533z^{-5} + 0.000422z^{-6}}{-4.6305z^{-3} + 2.3220z^{-4} - 0.6386z^{-5} + 0.0749z^{-6}}. \quad (5.3)$$

Die Übertragungsfunktion $H_{z,tx}(z)$ bezieht sich dabei auf die Modellierung mit der vierfachen Rate ($=1/12.5$ ns), vgl. Abs. 5.2.2.

Rahmenstruktur

Der Hiperlan/2-Standard sieht eine Vielzahl von Möglichkeiten für die Burststruktur und die Verwendung unterschiedlicher Trainingssequenzen vor. Da nicht alle Kombinationen untersucht werden können, wird beispielhaft eine Implementierung gewählt, bei der die Trainingssequenz C gefolgt von einem Block von je $N_s = 16$ OFDM-Symbolen benutzt wird. Diese Anzahl rechtfertigt einerseits den erhöhten Signalisierungsaufwand, der durch die Verwendung einer adaptiven Modulation entsteht, andererseits ist sie noch konform mit der Bedingung für die maximale Verzögerung zwischen der Auswertung des Kanalprofils und dessen Verwendung zur Bestimmung der Parameter des nächsten Bursts (maximal ca. 47 OFDM-Symbole, s.o.).

5.2.2 Kanalmodell

In Anlehnung an die Spezifikationen in [28] wird als „durchschnittliches“ Kanalmodell das Modell C mit einer mittleren Leistungsverzögerung von 150 ns ohne Sichtverbindung (NLOS, Non-Line-of-Sight) mit klassischem Jakes-Dopplerspektrum [42, Kap. 1] implementiert. Zur Simulation des Kanals findet dabei den Ansatz aus [52, Kap. 11.3] Anwendung, bei dem die Kanalkoeffizienten zu festen Zeitpunkten liegen und eine Rayleigh-verteilte Amplitude mit einer AKF gemäß der Fourierrücktransformierten des Dopplerspektrums aufweisen. Da

Leistung [dB]	-3.3	-3.6	-1.0	0.0	-0.9	-1.7	-2.6	-1.5	-3.0
Verzögerung/12.5 ns	0	1	2	4	6	9	11	14	18
Leistung [dB]	-4.0	-5.9	-5.3	-7.9	-9.4	-13.2	-16.3	-21.2	
Verzögerung/12.5 ns	22	26	32	39	50	58	70	84	

Tabelle 5.1: Angepaßtes Leistungsverzögerungsprofil für das Kanalmodell C nach ETSI

in [28] die Kanalabtastwerte in einem Raster von 10 ns spezifiziert sind, die Modellierung jedoch auf der vierfachen Abtastrate stattfinden soll, müssen geringfügige Änderungen vorgenommen werden. Um in etwa das gleiche Leistungsverzögerungsprofil zu erhalten, werden die Kanaltaps unter Beibehaltung der spezifizierten Leistung auf den jeweils nächsten Kanaltap des 12.5-ns-Rasters abgebildet. Zeitlich zusammenfallende Werte addiert man bezüglich

der Leistung. Das so entstehende und für die Untersuchungen benutzte Verzögerungsprofil ist in Tab. 5.1 dargestellt. Die Verzögerungswerte reichen teilweise über das Guard-Intervall hinaus. Da keine Entzerrung vorgenommen wird, führt dies bei der Demodulation des OFDM-Signals zu einem Error-Floor, vgl. Anh. B.4.

Signalleistung

In Abs. 2.3.2 wird begründet, daß das durchschnittliche Signal-Rausch-Verhältnis $\overline{\text{SNR}}_c$ auf den interessierenden, mit Daten belegten Trägern in ungefähr mit dem E_s/N_0 am Empfänger eingang übereinstimmt. Daher werden die Begriffe nachfolgend synonym verwendet.

Im Unterschied dazu wird, sofern nötig, das für den n -ten Burst geschätzte SNR_c näherungsweise bestimmt, indem man auf Basis der Kenntnis des $\overline{\text{SNR}}_c$ und der geschätzten Unterträgerübertragungskoeffizienten $\hat{H}(l)$ nach Abs. 5.2.3

$$\text{SNR}_c [\text{dB}] = \overline{\text{SNR}}_c [\text{dB}] + 10 \log_{10} \left(\frac{1}{N_t} \sum_{l \in \mathbb{N}_t} |\hat{H}(l)|^2 \right) [\text{dB}], \quad (5.4)$$

bildet, wobei die Koeffizienten des Fading-Kanals immer so gewählt werden, daß für die Schätzwerte $\hat{H}(l)$

$$\text{E} \left(\frac{1}{N_t} \sum_{l \in \mathbb{N}_t} |\hat{H}(l)|^2 \right) = 1 \quad (5.5)$$

gilt, wenn das Rauschen vernachlässigbar gering ist.

5.2.3 Empfängerstruktur

Ebenfalls in Bild 5.1 ist der Vorschlag einer Empfängerstruktur für Hiperlan/2 enthalten. Die Optimierung der Komponenten eines solchen Empfängers ist vielfach beschrieben worden (vgl. z.B. [66]) und soll daher nicht Gegenstand dieser Arbeit sein. Die angewandten Techniken sind teilweise aus der Literatur bekannt, teilweise auch empirisch und bieten eine Möglichkeit zur Implementierung an, auf der die folgenden Untersuchungen basieren.

Der innere OFDM-Empfänger gliedert sich in Frequenzkorrektur, zeitliches Tracking, Kanalschätzung und, separat für jedes OFDM-Symbol, eine anschließende Referenzphasenkorrektur zur Kompensation des Restfrequenzoffsets. Es wird davon ausgegangen, daß eine zeitliche Grobsynchronisation bereits stattgefunden hat, so daß die zeitliche Lage der Signale bis auf wenige Abtastwerte bekannt ist.

Empfangsfilter

Als Empfangsfilter wird, wie zumeist üblich, das gleiche Filter wie das Sendefilter gewählt, vgl. Abs. 5.2.1.

Frequenzkorrektur

Die Frequenzkorrektur beruht auf einem von Moose veröffentlichten Verfahren [53]. Hierzu wird die Trainingssequenz C benutzt [27, Abs. 5.7], die aus einem zweieinhalb Mal gesendeten OFDM-Symbol mit Trägern $S_C(l) \neq 0$ für $l \in \mathbb{N}_{tp}$ besteht. Der Empfänger bildet aus den entsprechenden Empfangswerten $r''_C(k)$, $k \in \mathbb{Z}_0^{159}$, im Zeitbereich, mit $r''_{C1}(i) = r''_C(32 + i)$ und $r''_{C2}(i) = r''_C(96 + i)$, $i \in \mathbb{Z}_0^{63}$, die DFT

$$R''_{C1}(l) = \text{DFT}_{64}\{r''_{C1}(k)\} \quad \text{bzw.} \quad R_{C2}(l)'' = \text{DFT}_{64}\{r''_{C2}(k)\}. \quad (5.6)$$

Mit Hilfe von R''_{C1} und R''_{C2} berechnet der ML-Ansatz nach [53] den Schätzwert $\hat{\epsilon}$ für die auf den Unterträgerabstand normierte Frequenzabweichung $\epsilon = \Delta f / f_{sc}$,

$$\hat{\epsilon} = \frac{1}{2\pi} \arctan \left(\frac{\sum_{l \in \mathbb{N}_{tp}} \text{Im}\{R''_{C2}(l)R''_{C1}^*(l)\}}{\sum_{l \in \mathbb{N}_{tp}} \text{Re}\{R''_{C2}(l)R''_{C1}^*(l)\}} \right). \quad (5.7)$$

Dabei geht man von einem nichtkorrigierten Frequenzoffset $\epsilon = \Delta f / f_{sc} < 0.5$ aus.² Der Schätzwert ist erwartungstreu, und die Varianz des verbleibenden Frequenzoffsets $\epsilon_r = \hat{\epsilon} - \epsilon$ beträgt

$$\sigma_{\epsilon_r}^2 = \text{E}((\hat{\epsilon} - \epsilon)^2) = \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{N_0}{E_s} \frac{1}{N_{tp}}. \quad (5.8)$$

Für den AWGN-Kanal stimmen die theoretischen Werte der Varianz gut mit den durch Simulation gefundenen Werten überein. Nach [53] ist das Verfahren auch bei Mehrwegeausbreitung optimal. Simulationen zeigen allerdings, daß die Werte für $\sigma_{\epsilon_r}^2$ dann ca. um den Faktor 1.5 höher liegen.

Nach Bestimmung der Frequenzabweichung $\hat{\epsilon}$ gemäß (5.7) werden die unkorrigierten OFDM-Symbole, d. h. Pilotsymbole $r''_C(k)$ und Datensymbole $r''_n(k)$, eines Bursts im Zeitbereich mit dem Faktor $e^{-j2\pi\hat{\epsilon}k/N}$ multipliziert, es entstehen $r'_C(k)$ und $r'_n(k)$, vgl. Bild 5.1.

ICI-Einfluß des verbleibenden Frequenzoffsets

Der Restfrequenzoffset ϵ_r führt am Empfänger zu einer Multiplikation der Abtastwerte mit den Faktoren $q(k) = e^{j2\pi\epsilon_r k/N}$. Das DFT-transformierte Empfangssignal wird daher mit

$$Q(n) = \text{DFT}_N\{q\}(n) = \sum_{k=-N/2}^{N/2-1} e^{j2\pi\epsilon_r k/N} e^{-j2\pi kn/N} = e^{j\frac{\pi(n-\epsilon_r)}{N}} \frac{\sin(\pi(n-\epsilon_r))}{\sin\left(\frac{\pi(n-\epsilon_r)}{N}\right)} \quad (5.9)$$

zyklisch gefaltet. Hierdurch entsteht Interkanalinterferenz (Inter-Channel-Interference, ICI). Für das entsprechende Signal-Interferenz-Verhältnis (Signal-to-Interference-Ratio, SIR) ergibt sich

$$\text{SIR}_{\text{ICI}} = \frac{\text{E}(|A(n)H(n)Q(0)|^2)}{\text{E}\left(\left|\sum_{\substack{\nu=-N/2 \\ \nu \neq 0}}^{N/2-1} A(n-\nu)H(n-\nu)Q(\nu)\right|^2\right)}. \quad (5.10)$$

²Dies ist geringfügig unter der im Standard vorgesehenen maximalen Abweichung, eine solche kann aber mit Hilfe der Trainingssequenz B leicht auf einen Wert $\epsilon < 0.5$ korrigiert werden.

Mit der angenommenen Unabhängigkeit von $A(n)$ und $H(n)$, sowie $E(A(n)) = 0$ und $E(A(n_1)A(n_2)) = 0$ vereinfacht sich (5.10) zu

$$\text{SIR}_{\text{ICI}, \epsilon_r} = \frac{|Q(0)|^2}{\sum_{\substack{\nu=-N/2 \\ \nu \neq 0}}^{N/2-1} |Q(\nu)|^2} = \frac{\left| \frac{\sin(\pi \epsilon_r)}{\sin\left(\frac{\pi \epsilon_r}{N}\right)} \right|^2}{\sum_{\substack{\nu=-N/2 \\ \nu \neq 0}}^{N/2-1} \left| \frac{\sin(\pi \epsilon_r)}{\sin\left(\frac{\pi(\nu - \epsilon_r)}{N}\right)} \right|^2} \quad (5.11)$$

und läßt sich weiterhin für $\epsilon_r \ll 1$ und $N \gg 1$ durch

$$\text{SIR}_{\text{ICI}, \epsilon_r} = \frac{3}{\pi^2 \epsilon_r^2} \quad (5.12)$$

annähern. Das Resultat in (5.12) stimmt nach [19, Kap. 4.2][66] gut mit der Wirklichkeit überein. In (5.10) wurde die Belegung aller Träger angenommen, was in realen Systemen normalerweise nicht der Fall ist. Die ICI fällt dadurch in realen Systemen etwas niedriger aus, und sie ist auch in geringem Maße abhängig von der Position des betrachteten Unterträgers. Bildet man im Nenner von (5.11) den Erwartungswert bezüglich des Restfehlers der Frequenzschätzung, so erhält man mit (5.8) als mittleren Störterm

$$\overline{\text{ICI}} = \frac{N^2 \pi^2 \sigma_{\epsilon_r}^2}{3} \quad (5.13)$$

und somit ein mittleres SIR_{ICI}

$$\text{SIR}_{\text{ICI}} = \frac{3}{\pi^2 \sigma_{\epsilon_r}^2} = 12 N_{tp} \frac{E_s}{N_0}, \quad (5.14)$$

das bei $N_{tp} = 52$ Trägern um

$$10 \log_{10}(12 N_{tp}) [\text{dB}] \approx 28 [\text{dB}] \quad (5.15)$$

über dem SNR liegt und somit vernachlässigbar ist. Die im Fading-Kanal auftretende geringfügige Verschlechterung spielt dann ebenfalls keine Rolle.

Zeitliche Feinsynchronisation

Zur zeitlichen Feinsynchronisation wird ebenfalls die Trainingssequenz C verwendet. Die zeitliche Lage des OFDM-Bursts soll dabei zuvor mittels Grobdetektion bis auf wenige Abtastwerte genau bestimmt worden sein. In diesem Fall kann die Kanalimpulsantwort mit Hilfe der Methode des minimalen quadratischen Fehlers (Least-Square-Ansatz, LS) geschätzt werden [37]. Hierzu wird eine maximale Länge der Impulsantwort von $L_{\tilde{h}} = 32$ Abtastwerten angenommen, bei einer Länge $N_C = 160$ der nicht überabgetasteten Trainingssequenz C mit Zeitbereichsfolge s'_C . Basierend auf der Modellierung

$$\underline{A}\underline{h} + \underline{n} = \underline{d}, \quad (5.16)$$

wobei

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} s_C'^*(L_h - 1) & s_C'^*(L_h - 2) & \dots & s_C'^*(0) \\ s_C'^*(L_h) & s_C'^*(L_h - 1) & \dots & s_C'^*(1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_C'^*(N_C - 1) & s_C'^*(N_C - 2) & \dots & s_C'^*(N_C - L_h) \end{pmatrix},$$

$$\underline{h} = \begin{pmatrix} h^*(0) \\ h^*(1) \\ \vdots \\ h^*(L_h - 1) \end{pmatrix}, \quad \underline{n} = \begin{pmatrix} \eta_C'^*(L_h - 1) \\ \eta_C'^*(L_h) \\ \vdots \\ \eta_C'^*(N_C - 1) \end{pmatrix}, \quad \underline{d} = \begin{pmatrix} r_C'^*(L_h - 1) \\ r_C'^*(L_h) \\ \vdots \\ r_C'^*(N_C - 1) \end{pmatrix}$$

mit der Empfangssequenz r_C' an der Stelle der Sendesequenz s_C' , dem zugehörigen Rauschen η_C' (vgl. Bild 5.1) und der Kanalimpulsantwort h gegeben ist, läßt sich die LS-Schätzung der Kanalimpulsantwort unter Verwendung der Pseudoinversen $\mathbf{A}_P = (\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H$ durchführen [37]. Die geschätzte Kanalimpulsantwort \tilde{h} ergibt sich dann zu³

$$\tilde{h} = \mathbf{A}_P \underline{d}. \quad (5.17)$$

Davon ausgehend, daß eine grobe Zeitsynchronisation zuvor stattgefunden hat, liegt der wesentliche Anteil der Kanalimpulsantwort innerhalb von \tilde{h} , und es werden von den $L_{\tilde{h}} = 32$ berechneten Koeffizienten diejenigen als Impulsantwortfolge der Länge $L = 16$ ausgewählt, die die größte „Leistung“ besitzen, d. h.

$$\hat{h}(k) = \begin{cases} \tilde{h}[k + i] & \text{für } k \in \mathbb{Z}_0^{16} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (5.18)$$

für dasjenige $i \in \mathbb{Z}_0^{15}$, das

$$P_{\tilde{h}}(i) = \sum_{k=0}^{16} |\tilde{h}[k + i]|^2 \rightarrow \max \quad (5.19)$$

erfüllt. Die OFDM-Symbole werden dann aus der Empfangsfolge entsprechend ausgeschnitten.

Kanalschätzung im Frequenzbereich

Zur optimalen Kanalschätzung im Sinne des minimalen mittleren quadratischen Fehlers müßte eine zweidimensionale Wiener-Filterung in Zeit- und Frequenzrichtung vorgenommen werden [39]. Aufgrund der im Vergleich zur OFDM-Symboldauer langen Kohärenzzeit ist es ausreichend, nur einmal pro Burst eine Kanalschätzung für alle Unterträger durchzuführen.

³Nach [37] ist die Varianz der Schätzung \tilde{h} nur dann minimal, wenn der Rauschvektor \underline{n} einem mittelfreien, weißen Zufallsprozeß entstammt. Durch die Empfangsfilterung ist diese Voraussetzung hier nicht gegeben. Für die praktische Bestimmung der zeitlichen Lage des OFDM-Symbols erweist sich die genannte Schätzmethode jedoch als ausreichend.

Hierzu dient wiederum die Trainingssequenz C. Die in jedem Symbol vorhandenen 4 Pilotträger sind für eine Kanalschätzung im Frequenzbereich nicht ausreichend und werden lediglich zur nachträglichen Referenzphasenkorrektur benutzt.

Prinzipiell würde es genügen, als Schätzwert der Übertragungscharakteristik eines bestimmten Unterträgers den zugehörigen Unterträger der Trainingssequenz C zu verwenden. Allerdings ist die Effizienz dieses Verfahrens nicht besser als die differentieller Modulation. Das Rauschen der Schätzung geht dann in vollem Umfang in das Ergebnis ein, und die Bitfehlerkurve verschlechtert sich gegenüber einer idealen Schätzung um ca. 3 dB. Man sollte daher nach Möglichkeit immer mehrere Träger der Trainingssequenz in die Schätzung miteinbeziehen.

Bei einer mittleren Leistungsverzögerung von 150 ns des Kanalmodells C ergibt sich eine Kohärenzbandbreite von

$$B_{coh} \approx 1/150 \text{ ns} \approx 6.7 \text{ MHz} \approx 20 f_{sc} . \quad (5.20)$$

Diese ist groß im Vergleich zum Unterträgerabstand. Infolgedessen sollte sich die Kanalcharakteristik benachbarter Unterträger nicht allzusehr unterscheiden, und es ist möglich, benachbarte Unterträger ebenfalls zur Kanalschätzung heranzuziehen. Darüber hinaus wird als Trainingssequenz C das gleiche OFDM-Symbol zweieinhalb Mal gesendet (inklusive zyklischer Erweiterung). Es stehen also zwei unabhängige DFT-transformierte Symbole für die Schätzung zur Verfügung.

Mit den in der Frequenz und in der Zeit korrigierten Abtastwerten $r_{C1}(k) = r_C(32 + k)$ und $r_{C2}(k) = r_C(96 + k)$, $k \in \mathbb{Z}_0^{63}$ und $R_{C1}(l) = \text{DFT}_N\{r_{C1}(k)\}$ bzw. $R_{C2}(l) = \text{DFT}_N\{r_{C2}(k)\}$ bildet man als Schätzwert der Übertragungscharakteristik des l -ten Unterträgers

$$\hat{H}(l) = \frac{1}{6} \left(\frac{R_{C1}(l-1) + R_{C2}(l-1)}{S_C(l-1)} + \frac{R_{C1}(l) + R_{C2}(l)}{S_C(l)} + \frac{R_{C1}(l+1) + R_{C2}(l+1)}{S_C(l+1)} \right) \quad (5.21)$$

für alle $l \in \mathbb{N}_{tp}$. Ausnahme hierbei sind Randträger (Index: -26,-1,1,26), die nur einen Nachbarn haben und bei denen deshalb nur 4 Träger in die Schätzung eingehen können.

Durch die Mittelwertbildung verringert sich das Rauschen entsprechend um den Faktor 1/6. Die durch die Kanalschätzung verursachte Verschlechterung des effektiven SNRs liegt dann bei

$$10 \log_{10}(1 + 1/6) [\text{dB}] = 0.67 [\text{dB}] . \quad (5.22)$$

Einfluß und Korrektur der verbleibenden Phasendrift

Bei einem Restfrequenzoffset von ϵ_r ergibt sich ein Restphasenfehler $\varphi_r = 1.25 \cdot 2\pi\epsilon_r$ zwischen zwei OFDM-Symbolen,⁴ bzw. eine Standardabweichung von

$$\sigma_{\varphi_r} = 1.25 \cdot 2\pi\sigma_{\epsilon_r} , \quad (5.23)$$

was z. B. bei $E_s/N_0 = 10 \text{ dB}$ einem Winkel von $180^\circ/\pi \cdot \sigma_{\varphi_r} \approx 3.1^\circ$ pro OFDM-Symbol entspricht, so daß es zu einer Referenzphasenverschiebung in der Größenordnung dieses Wertes

⁴Der Faktor 1.25 rührt von der zyklischen Erweiterung um 25% her.

kommt. Die Abweichung führt schon bei einem Burst von nur wenigen OFDM-Symbolen zu Fehlern und bedarf daher der Korrektur. Hierfür kann man die vier in jedem Symbol vorhandenen Pilotträger $S_{p,n}(l)$ (vgl. Bild 5.1) benutzen. Analog zur Frequenzschätzung (5.7) erhält man für das n -te OFDM-Symbol eines Bursts, $n \in \mathbb{Z}_0^{N_s-1}$, mit $R_n(l) = \text{DFT}_N\{r_n(k)\}$ den Schätzwert⁵

$$\hat{\varphi}_n = \arctan \left(\frac{\sum_{l \in \mathbb{N}_p} \Im \left\{ \frac{R_n(l)}{S_{p,n}(l)} \hat{H}^*(l) \right\}}{\sum_{l \in \mathbb{N}_p} \Re \left\{ \frac{R_n(l)}{S_{p,n}(l)} \hat{H}^*(l) \right\}} \right), \quad (5.24)$$

und analog zu (5.8) ergibt sich für die Varianz des Phasenoffsets⁶

$$\sigma_{\hat{\varphi}_n}^2 = \frac{N_0}{E_s} \frac{1}{N_p}. \quad (5.25)$$

Diese ist unabhängig vom zeitlichen Abstand des n -ten OFDM-Symbols zum Referenzsymbol. Für kleine Restphasenoffsets $\Delta\varphi_n = \hat{\varphi}_n - \varphi_n$ kann die Schwankung der Phase näherungsweise in eine Amplitudenstörung des Empfangssignals

$$\frac{\Delta R_n}{R_n} = \tan \Delta\varphi_n \approx \Delta\varphi_n \quad (5.26)$$

mit Varianz

$$\sigma_{\Delta R_n/R_n}^2 \approx \sigma_{\hat{\varphi}_n}^2 = \frac{N_0}{E_s} \frac{1}{N_p} \quad (5.27)$$

umgerechnet werden. Somit liegt die durch Phasenoffset verursachte Störung nur um den Faktor $1/N_p = 1/4$ unter dem ursprünglichen Rauschen. Wird statistische Unabhängigkeit der beiden Störeinflüsse vorausgesetzt, so beinhaltet dies eine Erhöhung des Rauschens und somit einen SNR-Verlust von

$$10 \log_{10} \left(1 + \frac{1}{4} \right) [\text{dB}] = 0.97 [\text{dB}] \quad (5.28)$$

nur aufgrund des Phasenfehlers, was unverhältnismäßig hoch erscheint. Eine Verbesserung läßt sich erzielen, wenn man die Schätzwerte aller OFDM-Symbole miteinbezieht.

Bei einem Restfrequenzoffset von ϵ_r ergeben sich Phasenoffsets für φ_n von⁷

$$\varphi_n = 2\pi\epsilon_r(1.4 + n). \quad (5.29)$$

Nimmt man vereinfachend an, daß der Restphasenfehler $\Delta\varphi_n$ gaußverteilt ist⁸ und die einzelnen $\hat{\varphi}_n$ unabhängig voneinander sind,⁹ so führt die Minimierung des Rauschens durch

⁵Die Arcustangensfunktion ist hier so zu verstehen, daß auch für große Winkelabweichungen φ_n der richtige Winkel berechnet wird. Dies ist auch bei $|\hat{\varphi}_n| > \pi$ möglich, weil man davon ausgehen kann, daß sich $\hat{\varphi}_n$ und $\hat{\varphi}_{n-1}$ nur geringfügig unterscheiden („Tracken“ der $\hat{\varphi}_n$).

⁶Da die Berechnung des Phasenoffsets auf einer genau geschätzten Kanalimpulsantwort statt auf einem Einzelwert beruht, sollte die Varianz tatsächlich noch etwas geringer sein.

⁷Der Term 1.4 erklärt sich aus der Mittelung bei der Kanalschätzung in (5.21), deren Schätzwerte in (5.24) dann zur Phasenoffsetschätzung verwendet werden. Der Abstand der zeitlichen Mitte zwischen den beiden zur Kanalschätzung verwendeten OFDM-Symbolen und dem ersten Datensymbol beträgt gerade $1.4T_0$.

⁸Dies ist eine bei 4 eingehenden Werten nur eine sehr grobe Näherung.

⁹Auch diese Annahme ist nur näherungsweise korrekt, da sich alle Schätzwerte auf die gleiche Kanalschätzung $\hat{H}_n(l)$ beziehen.

Einbeziehung aller Schätzwerte eines Bursts zu einer Art signalangepaßtem Filter (Wichtung der Schätzwerte in Höhe der „Amplitude“, d. h. in Höhe der φ_n). Bei N_s Symbolen erhält man für das jeweils n -te OFDM-Symbol die verbesserte Phasenschätzung

$$\tilde{\varphi}_n = (1.4 + n) \frac{\sum_{i=0}^{N_s-1} ((1.4 + i) \hat{\varphi}_n)}{\sum_{i=0}^{N_s-1} (1.4 + i)^2} \quad (5.30)$$

mit Varianz

$$\sigma_{\tilde{\varphi}_n}^2 = (1.4 + n)^2 \frac{\sigma_{\hat{\varphi}_n}^2}{\sum_{i=0}^{N_s-1} (1.4 + i)^2} . \quad (5.31)$$

Mit den obigen Annahmen ergibt sich für die über alle OFDM-Symbole gemittelte Varianz der Phasenabweichung

$$\bar{\sigma}_{\tilde{\varphi}_n}^2 = \frac{1}{N_s} \sum_{i=0}^{N_s-1} \sigma_{\tilde{\varphi}_i}^2 = \frac{\sigma_{\hat{\varphi}_n}^2}{N_s} . \quad (5.32)$$

Somit sollte sich die mittlere Varianz und daher der mittlere zusätzliche Rauschterm noch um den Faktor $1/N_s$, also 12 dB bei $N_s = 16$, verbessern lassen. Aufgrund der idealisierten Annahmen funktioniert das in der Realität nicht ganz so gut. Simulativ ergibt sich aber immer noch eine Verbesserung von ca. 5 dB. Damit liegt das durch Phasenschwankung erzeugte zusätzliche Rauschen um insgesamt ca. 11 dB unter dem E_s/N_0 . Die effektive Verschlechterung des SNRs liegt dann nur noch bei ca.

$$10 \log_{10} (1 + 10^{-11/10}) \text{ [dB]} = 0.3 \text{ [dB]} . \quad (5.33)$$

Insgesamt führt die Kanalschätzung und die Frequenz-/Phasensynchronisation daher zu einem Verlust von ca. 1 dB, wobei der nicht vermeidbare Verlust durch die Sendeenergie für die Trainingssequenzen und Pilotsymbole noch nicht berücksichtigt wurde.

5.3 Hiperlan/2 – Ergebnisse

5.3.1 Vorbemerkung

In Kap. 3 erwies sich eine große Interleaver-Tiefe als eine Möglichkeit, eine bessere Effizienz der Datenübertragung über Fading-Kanäle zu erreichen. Da das Hiperlan/2-System einerseits eine im Vergleich zur Dauer des OFDM-Symbols sehr lange Kohärenzzeit aufweist (vgl. Abs. 5.2), andererseits die Verwendung von Frequency-Hopping nicht vorgesehen ist (es wäre nicht konform mit der vorgesehenen Kanalschätzung), entfällt die Möglichkeit, einen langen Interleaver einzusetzen, um damit durch ausreichende Mittelung der variierenden Kanaleigenschaften eine Verbesserung Übertragungseffizienz zu erreichen. Eine Erhöhung des mittleren Datendurchsatzes findet somit sinnvollerweise über eine Anpassung der Übertragungsparameter bzw. der Datenrate an die gerade aktuellen Kanalbedingungen statt.

Modus Nr.	1	2	3	4	5	6	7
Datenrate	6 Mbit/s	9 Mbit/s	12 Mbit/s	18 Mbit/s	27 Mbit/s	36 Mbit/s	54 Mbit/s
Mod.-Rate R_m	0.5	0.75	1.0	1.5	2.25	3.0	4.5
ETSI-Vorschlag							
Modulation	BPSK	BPSK	QPSK	QPSK	16-QAM	16-QAM	64-QAM
Coderate R_c	1/2	3/4	1/2	3/4	9/16	3/4	3/4
Verbesserter Vorschlag („ETSI+“)							
Modulation	QPSK	QPSK	16-QAM	16-QAM	64-QAM	64-QAM	256-QAM
Coderate R_c	1/4	3/8	1/4	3/8	3/8	1/2	9/16

Tabelle 5.2: Hiperlan/2-Modi nach ETSI / Verbesserungsvorschläge

5.3.2 Wahl der Coderate und des Modulationsalphabetes

Hiperlan/2 sieht 7 Modi unterschiedlicher Modulationsraten von $R_m = 0.5$ bis $R_m = 4.5$ bzw. Datenraten von 6 Mbit/s bis 54 Mbit/s vor. Basierend auf einem Muttercode der Rate $1/2$ werden durch Punktierung Coderaten zwischen $R_c = 1/2$ und $R_c = 3/4$ erzeugt. Dies steht im Widerspruch zu den Ergebnissen des Kap. 3, in dem gezeigt wurde, daß Coderaten von $R_c > 1/2$ bei OFDM-Übertragung über Kanäle mit Mehrwegeausbreitung zu Verlusten führen können, wenn wie bei Hiperlan/2 weder Water-Filling noch Bit-Loading angewandt wird.

Einen Überblick über die unterschiedlichen Modi nach [27] gibt Tab. 5.2. Insbesondere die Modi 2, 4 und 6 (9 Mbit/s, 18 Mbit/s und 36 Mbit/s) mit der Kombination aus vergleichsweise kleinem Modulationsalphabet bei Coderate $R_c = 3/4$ erscheinen nach den Ergebnissen des Kap. 3 wenig sinnvoll. Alternativ werden in Tab. 5.2 unter Beibehaltung der Modulationsrate Modi mit größerem Modulationsalphabet und niedrigerer Coderate vorgeschlagen (verbesserter Vorschlag „ETSI+“).

Um alle vorgeschlagenen Coderaten mit einem einheitlichen Coder/Decoderpaar zu erzeugen, wird ein Code optimaler freier Distanz (OFD-Code) der Rate $R_c = 1/4$ mit Polynomen 135, 135, 147, 163, vgl. [24], als Muttercode gewählt und entsprechend punktiert. Die verwendeten Punktierungsschemata sind in Tab. 5.3 aufgeführt.

Der Code besitzt die gleiche Einflußlänge von 7 wie der in Hiperlan/2 ursprünglich vorgesehene Industrie-Standard-Code mit Polynomen 133 und 171. Es werden keine sonstigen Änderungen am Hiperlan/2-System bzw. an der zugehörigen Empfängerstruktur vorgenommen. Hierdurch ist die Vergleichbarkeit der Ergebnisse gegeben.

Coderate R_c	1/4	3/8	1/2	9/16
Punktierung	1	110	10100101	101010100

Tabelle 5.3: Punktierungsschemata für den Code der Rate $1/4$ des verbesserten Hiperlan/2-Systems. Als Codepolynome dienen 135, 135, 147 und 163 (oktale Darstellung).

Vergleich der verschiedenen Modi

Die Bitfehlerkurven der im Standard vorgesehenen Hiperlan/2-Modi nach ETSI und der verbesserten Version sind in Bild 5.2 bzw. Bild 5.4 zu sehen. Wie bereits in [45] bemerkt ergibt

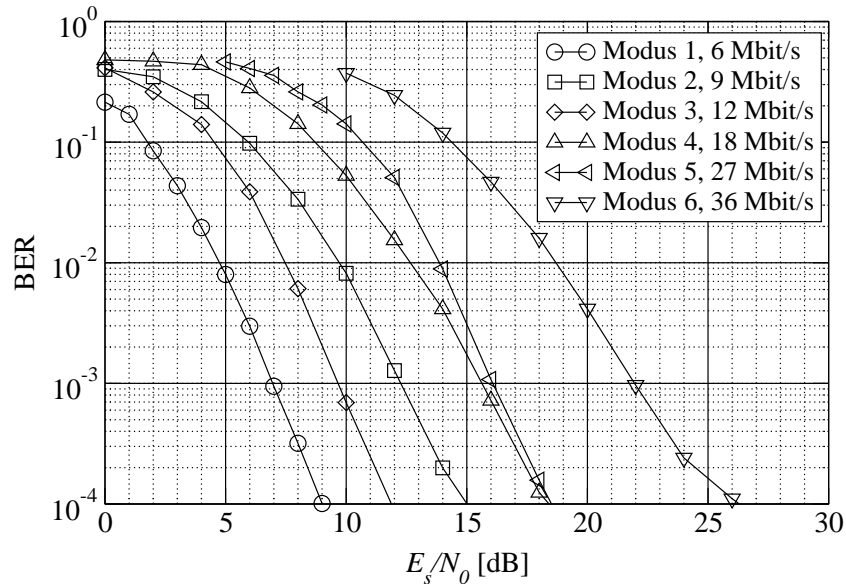


Bild 5.2: Hiperlan/2-Modi nach ETSI

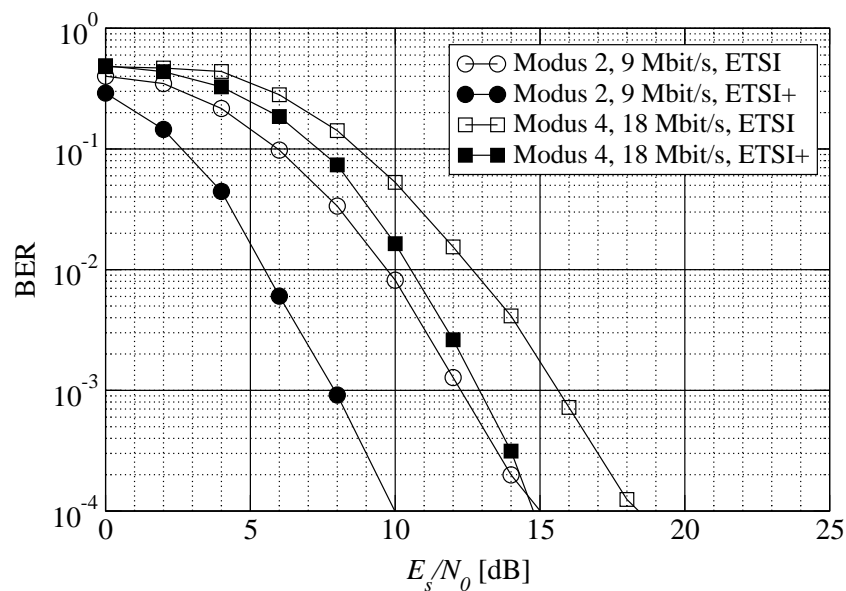


Bild 5.3: Gegenüberstellung 9 Mbit/s und 18 Mbit/s Hiperlan nach ETSI und verbesserter Vorschlag („ETSI+“)

die Verwendung des Modus 2 (9 Mbit/s) keinen Sinn, da trotz der niedrigeren Datenrate ein um ca. 3 dB höheres SNR als für Modus 3 (12 Mbit/s) notwendig ist. Ähnliches gilt für

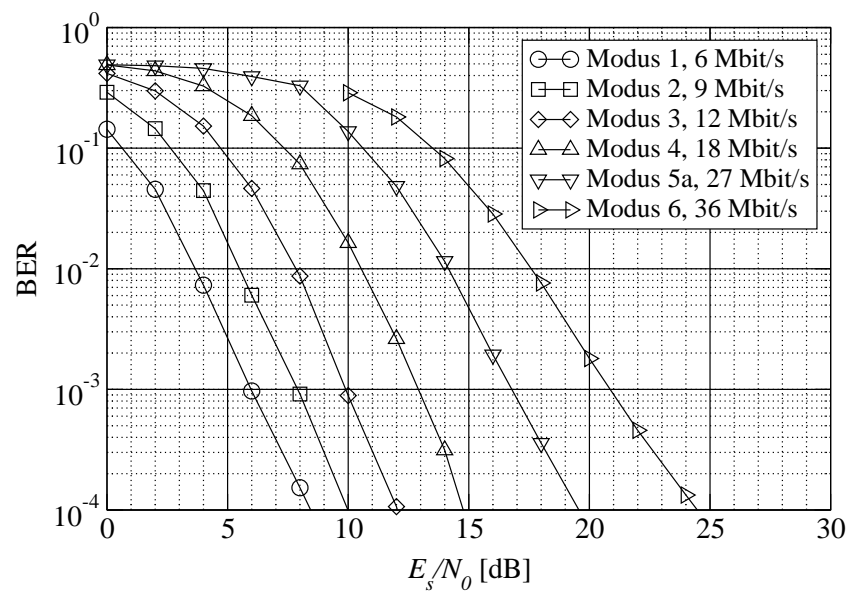


Bild 5.4: Verbesserte Hiperlan/2-Modi („ETSI+“)

Modus 4. Hier liegt das notwendige SNR zum Erreichen einer Bitfehlerrate von $\text{BER} = 10^{-4}$ nur geringfügig unter dem von Modus 5.

Modus 7 ist in Bild 5.2 und Bild 5.4 nicht dargestellt. Er zeigt, wie ansatzweise auch schon Modus 6, einen Error-Floor, der sich ab einem E_s/N_0 von ca. 25 dB einstellt und durch das Kanalmodell erklärt werden kann, vgl. Anh. B.4. Eine sinnvolle Bitfehlerrate scheint mit Modus 7 beim Kanalmodell C nicht erreichbar. Daher wird er in diesem Zusammenhang nicht weiter betrachtet.

Ein Verbesserung der Ergebnisse aller Modi, mit Ausnahme von Modus 5, läßt sich durch Anwendung der in Tab. 5.2 vorgeschlagenen Modulations-/Codierschemata erzielen. Hierbei werden lediglich der Muttercode und die Punktierungsschemata geändert. Alle anderen Parameter und das zum jeweiligen Modulationsalphabet gehörende Interleavingschema bleiben erhalten.

Die Ergebnisse der verbesserten Modi sind in Bild 5.4 dargestellt. Für die beiden unnützen Modi 2 (9 Mbit/s) und 4 (18 Mbit/s) des Hiperlan/2-Standards ergeben sich durch die vorgeschlagene Änderung Verbesserungen von 5 dB bzw. 3.5 dB, siehe Bild 5.3 zum Vergleich. Demgegenüber sind die Ergebnisse für die Modi 1 und 3 fast unverändert, für Modus 6 ergibt sich eine leichte Verbesserung von ca. 1 dB.

Modus 5 zeigt bei Verwendung der Parameter aus Tab. 5.2, d. h. 64-QAM mit $R_c=3/8$, eine Verschlechterung von ca. 2 dB. Es ist offenbar bei größeren Modulationsalphabeten nicht nötig, die Coderate in gleichem Maße herabzusetzen wie bei kleineren. Die Degradation von Modus 5 läßt sich verringern, indem man die im Standard vorgeschlagenen Modulationsparameter beibehält. Um die Einheitlichkeit des Ansatzes zu gewährleisten, wird dabei der Muttercode mit Rate $R_{c,m} = 1/4$ auf $R_c = 9/16$ punktiert (Mode 5a in Bild 5.4). Das Ergebnis ist immer noch etwas schlechter als bei Verwendung des ursprünglichen Muttercodes mit Rate $R_{c,m} = 1/2$, der Verlust beschränkt sich aber auf ca. 1 dB.

Insgesamt bewirkt die Verwendung der verbesserten Modulations- und Codierungsparameter, wie in Bild 5.4 zu erkennen, eine wesentlich regelmäßigere Abstufung der Modi. Im Gegensatz zum ETSI-Vorschlag liegen die Modi bei steigender Datenrate bezüglich des notwendigen SNRs gleichmäßig so hintereinander, wie man es eigentlich auch erwarten würde.

5.3.3 Vergleich mit Datenratenanpassung

Ansatz

Abs. 5.3.2 zeigt auf, daß die Unterschiede zwischen dem verbesserten Vorschlag nach Tab. 5.2 und dem ETSI-Vorschlag je nach Modus von leichten Verlusten bis zu Gewinnen von 5 dB reichen. Der dortige Vergleich der Modi ist jedoch nur begrenzt sinnvoll, da man in einem bestimmten Modus immer nur bei einem zeitinvarianten Kanal bleiben würde, die Untersuchung jedoch auf einem Rayleigh-Fading-Kanal beruht.

Da ein ausreichendes Interleaving zur Verbesserung der Effizienz nicht möglich ist, vgl. Abs. 5.3.1, sollte der Modus immer dem gerade aktuellen Kanal angepaßt werden. Auf Basis der Kanalschätzung für den aktuellen Burst wird daher für den jeweils nächsten Burst von OFDM-Symbolen der entsprechende Modus ausgewählt.

Dabei sollen die folgenden Ansätze miteinander verglichen werden:

- Adaptive Auswahl der Hiperlan/2-Modi nach ETSI.
- Adaptive Auswahl der verbesserten Hiperlan/2-Modi nach Tab. 5.2.
- Ein Water-Filling-Schema ähnlich dem in Abs. 4.2.4 beschriebenen Ansatz „WF3“.

Bestimmung des „SNR“

Als Kriterium zur Auswahl der Modi dient das SNR des aktuellen OFDM-Symbols. Dabei bleibt offen, wie das tatsächliche SNR bestimmt wird. Eine gemeinsame Schätzung von Signal und Rauschen auf Basis von Momenten höherer Ordnung ist zwar möglich, aber recht ungenau und daher wenig sinnvoll [6]. Ein möglicher Ansatz ist die Benutzung der Trainingssequenz B, bei der im Frequenzbereich nur wenige Träger belegt sind. Dies soll jedoch hier nicht ausführlich diskutiert werden.

Stattdessen wird wie in Abs. 4.2.4 ein durchschnittliches SNR_0 so angenommen, daß sich eine bestimmte mittlere Modulationsrate \bar{R}_m ergibt, auch wenn dieses SNR_0 nicht mit dem tatsächlichen E_s/N_0 übereinstimmt. Zusätzlich geht die aktuelle Kanalschätzung nach (5.21) ein. Analog zu (5.4) soll gelten, daß

$$\text{SNR}_{c,0} [\text{dB}] = \text{SNR}_0 [\text{dB}] + 10 \log_{10} \left(\frac{1}{N_t} \sum_{l \in \mathbb{N}_t} |\hat{H}(l)|^2 \right) [\text{dB}], \quad (5.34)$$

ist, wobei das $\text{SNR}_{c,0}$ das auf Basis des angenommenen SNR_0 und der Kanalschätzung bestimmte „SNR“ des aktuellen Bursts ist. Es dient als Grundlage für die Bestimmung des im

nächsten Bursts zu verwendenden Übertragungsmodus. Auf diese Art und Weise kann in Analogie zu Abs. 4.2.4, trotz der adaptiven Anpassung der Modulationsrate, eine Bitfehlerkurve aufgenommen werden.

Auswahl der Modi (kein Water-Filling)

Zur Bestimmung eines optimalen Schemas zur Auswahl der Übertragungsmodi müßte eine Minimierung der Gesamtbitfehlerrate bei einer vorgegebenen mittleren Modulationsrate \bar{R}_m durchgeführt werden. Eine analytische Ableitung eines solchen Verfahrens erscheint jedoch nicht möglich. Stattdessen werden die Bitfehlerkurven in Bild 5.2 und Bild 5.4 als Anhaltspunkt verwendet. Der jeweilige Modus wird immer dann ausgewählt, wenn

$$\text{SNR}_{c,0} \geq \text{SNR}_{c,\min} \quad (5.35)$$

gilt, mit $\text{SNR}_{c,\min}$ nach Tab. 5.4. Die Mindest-SNRs der einzelnen Modi werden dabei anhand der Differenzen der notwendigen SNRs der Modi zum Erreichen von $\text{BER} = 10^{-4}$ nach Bild 5.2 und Bild 5.4 bestimmt. Beim ETSI-Vorschlag werden nur die Modi 1, 3, 5 und 6 verwendet. Die Modi 2 und 4 erscheinen aufgrund der schlechteren Effizienz nicht sinnvoll,

Modus Nr.	1	2	3	4	5	6
$\text{SNR}_{c,\min}$ (ETSI-Vorschlag) [dB]	0.0	–	3.0	–	9.0	16.0
$\text{SNR}_{c,\min}$ („ETSI+“Vorschlag) [dB]	0.0	1.5	3.5	6.0	11.0	16.0

Tabelle 5.4: Leistungsdifferenz zur Auswahl verschiedener Modi für das Hiperlan/2-System, vgl. auch Tab. 5.2

vgl. Abs. 5.3.2, der Modus 7 scheidet wegen seines Error-Floors von vornherein aus. Im Gegensatz dazu können aufgrund der gleichmäßigeren Abstufung des verbesserten Vorschlages nach Tab. 5.2 alle Modi Nr. 1 - 6 verwendet werden. Statt des Modus 5 kommt hier Modus 5a, mit den gleichen Parametern wie in der ETSI-Spezifikation vorgesehen, zum Einsatz, siehe Abs. 5.3.2 zur Begründung.

Das für eine bestimmte mittlere Modulationsrate \bar{R}_m anzunehmende SNR_0 ist analytisch schwer zu bestimmen und wird daher empirisch ermittelt.¹⁰

Water-Filling für Hiperlan/2

In Analogie zu Abs. 4.2.4 wird für das Hiperlan/2-System ein Water-Filling-Verfahren entwickelt, das durch Berücksichtigung der Kanalkapazität versucht, eine gute Ausnutzung des Kanals vorzunehmen. Wie zuvor wird auch hierfür ein bestimmtes SNR_0 angenommen. In Anlehnung an Abs. 4.2.4 geht man für Blöcke von $N_s = 16$ OFDM-Symbolen wie folgt vor:

¹⁰Hierfür müßte die Verteilung der Leistung des Rayleigh-Kanals berechnet werden, um damit dann bezüglich eines bestimmten SNR_0 die zugehörige mittlere Rate \bar{R}_m auszurechnen. Das ist nur möglich, wenn man annimmt, daß im Mittel die Leistung auf den interessierenden Unterträgern dieselbe ist wie die der Kanalkoeffizienten, was aufgrund der Empfangs- und Sendefilter nicht notwendigerweise stimmt.

1. Man bestimmt nach (5.34) das $\text{SNR}_{c,0}$ und mit Hilfe der Kapazitätskurve¹¹ für BICM, Rayleigh-Fading und Water-Filling (WF3) die ungefähre Kanalkapazität, d. h. das vorläufige R_{m0} pro verwendbarem Träger.
2. Anhand der vereinfachten Regel (4.15) wird die Anzahl der zu verwendenden Unterträger N'_t festgelegt. Hieraus folgt als Modulationsrate pro tatsächlich *verwendetem* Unterträger, $R'_m = N_t R_{m0} / N'_t$.
3. Eine sinnvolle Kombination von Modulationsalphabet und Coderate wird gesucht. Da nur die besseren Träger verwendet werden, entfällt der Zwang, eine relativ kleine Coderate zu wählen, um genügend Redundanz zum Ausgleich schlechter Träger bereitzustellen. Ein entsprechendes Modulationsalphabet wird wie folgt ausgewählt:
 - $R'_m < 4/3$: 4-QAM, d. h. $1/4 < R_c < 2/3$
 - $4/3 \leq R'_m < 3$: 16-QAM, d. h. $1/3 \leq R_c < 2/3$
 - $3 \leq R'_m$: 64-QAM, d. h. $1/2 \leq R_c$
4. Mit Hilfe von R'_m und des ausgewählten Modulationsalphabetes ergibt sich die vorläufige Coderate zu $R_{c0} = R'_m / m_q$. Wie zuvor wählt man die nächstkleinere, einfach durch Punktierung erzeugbare Coderate $R_c \leq R_{c0}$ nach Tab. 5.5.
5. Aufgrund von R_c ergibt sich die korrigierte Anzahl der Unterträger des gesamten Bursts von OFDM-Symbolen zu $N_{tx} = \lfloor N_t N_s R_{m0} / (m_q R_c) \rfloor$. Erhält man $N_{tx} > N_t N_s$, so setzt man $N_{tx} = N_t N_s$. Zuletzt bestimmt man die besten $\lfloor N_{tx} / N_t \rfloor + 1$ Träger.
6. Man verteilt die N_{tx} Träger auf die OFDM-Symbole, daß N_{s1} -Symbole je $\lfloor N_{tx} / N_t \rfloor$ und $N_s - N_{s1}$ Symbole jeweils $N_{tx} + 1$ Träger aufnehmen, d. h. man versucht, eine möglichst gleichmäßige Verteilung der benutzten Träger auf die OFDM-Symbole eines Bursts zu erreichen.

Wegen der praktisch beliebig variierenden Datenrate der Bursts ist es nicht möglich, den im Standard vorgesehenen strukturierten Interleaver beizubehalten. Stattdessen wird ein Pseudozufalls-Interleaver verwendet, dessen Tiefe immer gerade der Bruttobitanzahl eines Burst $N_{tx} m_q$ angepaßt wird. Davon abgesehen werden keinerlei Änderungen am System vorgenommen.

5.3.4 Vergleich der verschiedenen Methoden für Hiperlan/2

Bild 5.5 zeigt exemplarisch die Unterschiede der drei vorgeschlagenen Methoden bei einer mittleren Übertragungsrate von $\bar{R}_m = 1$ und $\bar{R}_m = 2$. Ähnlich den Kapazitätskurven in den Abschnitten 3.4 und 4.1 fällt der Gewinn bei geringerem E_s/N_0 , bzw. geringerer Datenrate, etwas größer aus als bei höherem SNR.

¹¹Hier müßte man eigentlich je nach Modulationsalphabet eine entsprechende Kapazitätskurve verwenden. Da die Kurven im unteren SNR-Bereich ähnlich verlaufen, wird nur die Kurve für 64-QAM verwendet.

Coderate R_c	Punktierungsschema
0.250 (1/4)	1111
0.312 (5/16)	11110
0.333 (1/3)	1110 1101 1011 0111
0.375 (3/8)	110
0.417 (5/12)	10101
0.454 (5/11)	1011 1010 0101 1010 0101
0.500 (1/2)	1010 0101
0.555 (5/9)	1010 0101 1010 0101 0001
0.583 (7/12)	0101010
0.600 (3/5)	1010 0101 0010 0101 1010 0001
0.625 (5/8)	01010
0.667 (2/3)	1010 0001 0010 0101
0.750 (3/4)	100

Tabelle 5.5: Coderate und Punktierschemata für das verbesserte Hiperlan/2-System mit Water-Filling

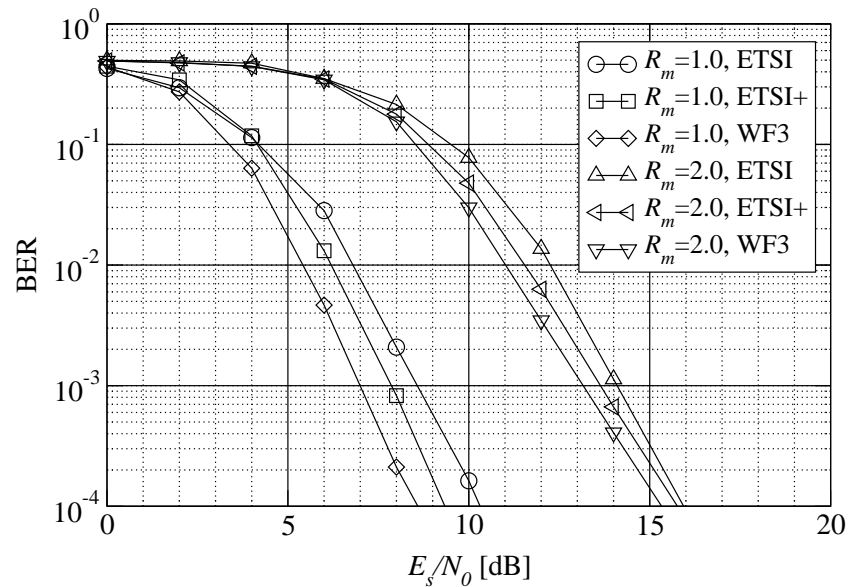


Bild 5.5: Vergleich verschiedener Übertragungsmethoden bei einem Datendurchsatz von $\bar{R}_m = 1.0$ und $\bar{R}_m = 2.0$

Zunächst erzielt man durch die Anpassung der Datenrate an die Kanalbedingungen mit den von der ETSI vorgegebenen Modi gegenüber der Verwendung eines festen Schemas (vgl. QSPK/ $R_c = 1/2$ in Bild 5.2 mit $R_m = 1.0$ in Bild 5.5) bei $R_m = 1.0$ ca. 2 dB Verbesserung, bei größeren R_m ist auch dieser Gewinn etwas geringer. Die verbesserte Auswahl von Modulation und Datenrate gemäß Tab. 5.2 bringt dann zusätzlich ca. 1 dB, die Anwendung von Water-Filling nochmal etwas weniger als 1 dB. Offenbar wirkt sich das Weglassen einiger Modulationsschemata und die damit verbundene gröbere Abstufung des originalen

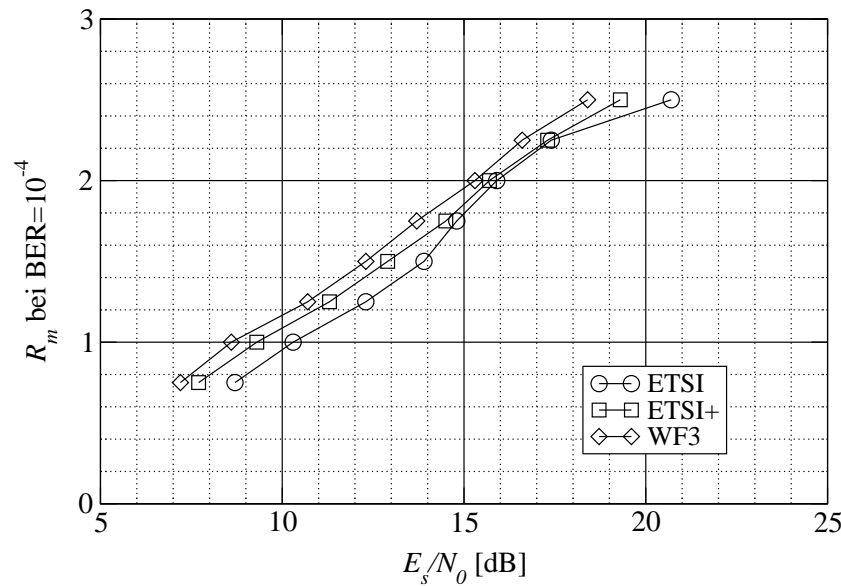


Bild 5.6: Vergleich der erreichten Datenraten bei einer Bitfehlerrate von $\text{BER} = 10^{-4}$

ETSI-Vorschläges bei einem Rayleigh-Fading-Kanal im Mittel kaum negativ aus. Die zum Teil erheblichen Gewinne durch Anwendung des verbesserten Schemas, wie sie in Abs. 5.3.2 erzielt wurden, kommen daher wahrscheinlich nur bei einigen speziellen, quasi-statischen Kanälen zum Tragen.

Der Gewinn durch Verwendung der verbesserten Schemata schrumpft drastisch für $R_m \approx 2$, wie auch in Bild 5.6 erkennbar. Dies erklärt sich anhand des Vergleiches zwischen Bild 5.2 und Bild 5.4. Für den in diesem SNR-Bereich hauptsächlich verwendeten Modus 5 ergeben sich in der „verbesserten“ Version keine Vorteile.

Erstaunlicherweise bleibt der Gewinn durch Water-Filling einigermaßen konstant über den gesamten SNR-Bereich. Das ist aufgrund der Kapazitätskurven eigentlich nicht zu erwarten. Allerdings kann der Aufwand den zusätzlichen, relativ geringen Gewinn nur in seltenen Fällen rechtfertigen, z. B. wenn zufälligerweise über längere Zeit konstant ein schlechtes (d. h. für Water-Filling geeignetes) Kanalprofil gegeben ist. Im Wireless LAN könnte dies u. U. bei einer Verbindung zwischen Notebook und Access Point vorkommen, wenn das Notebook für längere Zeit stationär betrieben wird. Hierbei beschreibt das zuvor verwendete Mobilfunkkanalmodell die Wirklichkeit nur unzureichend.

Insgesamt gesehen wird ein merklicher Gewinn durch die Anwendung von Water-Filling jedoch die Ausnahme sein, da zusätzlich bisher noch nicht berücksichtigte Signalisierungsinformationen übertragen werden müssen. Auch erfordert die Anwendung von Water-Filling trotz des Verzichts auf eine genaue Bestimmung der Leistungsverteilung einen erheblichen Aufwand. Insbesondere der variable Interleaver und die durch die nachträgliche Korrektur der Anzahl der Unterträger notwendige Bestimmung der N_t' besten Träger würden in einem praktischen System große Probleme bereiten. Deshalb erscheint, selbst unter der Voraussetzung vergleichsweise langer Kohärenzzeiten wie bei Hiperlan/2, der Einsatz von Water-Filling für drahtlose OFDM-Systeme normalerweise kaum gerechtfertigt.

6 Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurden die wesentlichen Zusammenhänge von Modulation und Codierung bezüglich OFDM sowie Möglichkeiten der vereinfachten Anwendung von Water-Filling untersucht. Bei Verwendung von OFDM mit einer einfachen Sende- und Empfangsstruktur (BICM/PD, kein Water-Filling, kein Bit-Loading) für frequenzselektive Fading-Kanäle ist es in der Regel notwendig, das Modulationsalphabet um mehr als nur 1 Bit zu erweitern. Dies steht im Gegensatz zu gedächtnisfreien AWGN-Kanälen, bei denen die Erweiterung des Modulationsalphabetes um 1 Bit ausreichend ist, um den Kanal informationstheoretisch nahezu optimal auszunutzen [69]. Es erscheint sinnvoll, bei Rayleigh-Fading-Kanälen Coderaten $R_c \approx 1/2$ oder weniger mit einer entsprechenden Anzahl von redundanten Bits zu wählen. Höhere Coderaten führen aufgrund der schlechten Ausnutzung von Unterträgern mit gutem SNR zu einem Verlust. In Einzelfällen, d. h. bei ausgesucht kritischen Kanalprofilen wie dem MD5-/MD5-2-Kanal in Verbindung mit niedrigem SNR, kann es sogar notwendig sein, die Coderate bis zu $R_c = 1/4$ zu reduzieren. Hier weist OFDM einen Unterschied zu Einträgerverfahren auf, bei denen ein solcher Zusammenhang offenbar nicht besteht. Z. B. erzielt man mit BPSK-Übertragung über den MD5-2-Kanal bei aufwendiger iterativer Entzerrung ungefähr gleiche Ergebnisse wie mit OFDM, auch ohne daß das Modulationsalphabet wesentlich vergrößert wird, vgl. [4].

Als vorteilhaft bei OFDM sind die – in Analogie zur Übertragung über gedächtnisfreie AWGN-Kanäle – geringen Verluste von BICM/PD gegenüber informationstheoretisch optimaleren Übertragungsschemata wie der CM oder MLC/MSD anzusehen. Durch die Aufteilung in parallele, gedächtnisfreie AWGN-Unterkanäle ist OFDM-BICM/PD auch für den allgemeineren Fall von ISI-Kanälen nur geringfügig suboptimal. Man kann durch Anwendung von OFDM-BICM/PD bei einer Bitfehlerrate von $\text{BER}=10^{-4}$ der Kapazitätsgrenze bis auf 1-2 dB nahekommen. Als Nachteil der Kombination OFDM-BICM/PD im Vergleich zu OFDM-Systemen, die zusätzlich Bit-Loading-Techniken verwenden, ist der höhere Codierungsaufwand zu nennen. Bei Einsatz von Bit-Loading-Techniken müßte nur ein kleiner Teil der Bits codiert werden. Allerdings ist hierdurch keine Steigerung der Übertragungsrate zu erwarten, da man auch ohne Bit-Loading der Kapazität nahekommt. Insofern kann bei OFDM ein Abtausch von Codieraufwand und dem Aufwand für die Belegung der Träger mit einer unterschiedlichen Anzahl von Bits stattfinden.

Vergleicht man OFDM mit einem Einträgerverfahren, bei dem am Empfänger mittels iterativer Entzerrung eine relativ aufwendige Demodulation bzw. Decodierung stattfindet, so erreicht man selbst mit der o. g. einfachsten Version von OFDM (BICM/PD, kein WF) bezüglich der Bitfehlerrate bei ansonsten vergleichbaren Bedingungen ähnlich gute Ergebnisse. Im Gegensatz zu iterativer Entzerrung hat man bei OFDM den Vorteil des wesentlich ge-

ringeren Signalverarbeitungsaufwands bei höherwertigen Modulationsalphabeten und/oder langen Kanälen, da die Komplexität der Signalverarbeitung nicht exponentiell mit der Anzahl der Signalepunkte und der Kanallänge wächst. Zwar zeigen Untersuchungen von Cioffi et al., daß die Kapazität theoretisch bei Einträgersverfahren auch mit dem aufwandsgünstigen MMSE-DFE-Entzerrer erreichbar ist [18]. Hier treten jedoch in der Praxis Probleme durch die Rückkopplung der nicht-idealen DFE-Entscheidungen auf, insbesondere bei höherwertigen Modulationsalphabeten [59].

Der Einsatz von Water-Filling läßt bei gutem SNR (> 10 dB) für Fading-Kanäle nur geringe Gewinne erwarten. Selbst bei schlechten Kanalprofilen wie dem MD5-Kanal, bei denen Water-Filling am effektivsten ist, laufen die Kapazitätskurven mit und ohne Water-Filling oberhalb von $E_s/N_0 = 20$ dB zusammen. Daher ist Water-Filling nur bei geringen Datenraten bzw. niedrigem SNR zu rechtfertigen. Anstatt eine informationstheoretisch optimale Sendeleistungsverteilung der Unterträger gemäß Abs. 3.2.4 vorzunehmen, ist es jedoch ausreichend, einen Teil der Unterträger wegzulassen und die Sendeleistung gleichmäßig auf die restlichen aktiven Träger zu verteilen. Darüber hinaus ist es möglich, die zu verwendenden Unterträger gemäß einer einfachen „Daumenregel“ anhand ihres SNRs auszusuchen. Die hierdurch gegenüber optimalem Water-Filling entstehenden Verluste sind in der Regel vernachlässigbar.

Wendet man vereinfachtes Water-Filling auf den MD5-2-Kanal an, so läßt sich bei einer Modulationsrate von $R_m = 1$ zusätzlich ein Gewinn von ca. 4 dB erreichen. Mit $\text{BER} = 10^{-4}$ bei $E_s/N_0 = 1.2$ dB für die Kombination 16-QAM, OFDM-BICM, $R_c = 1/4$ und WF3 beträgt der Verlust gegenüber einer Übertragung über den gedächtnisfreien AWGN-Kanal nur noch ca. 0.5 dB, vgl. [7].

Durch den Einsatz höherwertiger Modulationsalphabete in Verbindung mit Coderaten von $R_c = 1/4$ bis $R_c = 1/2$ werden für das Hiperlan/2-System im Mittel Gewinne von ca. 1 dB bis 1.5 dB erzielt. Bei fester Datenrate beträgt der Gewinn im Einzelfall bis zu 5 dB. Der hierfür notwendige Mehraufwand besteht im wesentlichen in einer ca. zweifachen Decodierkomplexität, hervorgerufen durch die Verwendung von 4 statt 2 Codepolynomen des niedriggradigen Muttercodes. Bemerkenswert ist dabei, daß der Gewinn ohne Änderung sonstiger Parameter (Interleaver, Codelänge, etc...) erzielt werden kann. Somit müßte die Struktur von Hiperlan/2 bei einer Erweiterung des Standards nicht geändert werden. Im Mittel ergibt sich eine bessere Ausnutzung des Kanals nahezu über den kompletten SNR-Bereich.

Im Vergleich dazu fallen die zusätzlich durch Water-Filling erreichten Gewinne etwas geringer aus, wobei der erhöhte Signalisierungsaufwand noch nicht berücksichtigt wurde. Außerdem treten Implementierungsprobleme auf, im wesentlichen durch die ständige Anpassung des Interleavers, die Notwendigkeit einer zuverlässigen Signalisierung und durch die Implementierung einer großen Anzahl von Punktierungsschemata. Insgesamt erscheint daher die Verwendung von Water-Filling zur OFDM-Funkübertragung, selbst bei einem System wie Hiperlan/2 mit einer im Vergleich zur Dauer der OFDM-Symbole langen Kohärenzzeit, aus praktischen Gesichtspunkten kaum möglich. Auch beinhaltet die Einführung von Water-Filling, selbst in der vorgestellten einfachen Form, weitgehende Eingriffe in das Hiperlan/2-System, so daß eine mögliche Anwendung in Form einer Erweiterung des Standards angesichts der relativ geringen Gewinne als nicht sehr sinnvoll angesehen wird.

Literaturverzeichnis

- [1] M. Abramowitz und I. A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions*. Dover Publications, 1965.
- [2] R. B. Ash, *Information theory*. John Wiley & Sons, 1965.
- [3] L. R. Bahl, J. Cocke, F. Jelinek und J. Raviv, „Optimal Decoding of Linear Codes for Minimizing Symbol Error Rate“. *IEEE Transactions on Information Theory*, S. 284–287, März 1974.
- [4] G. Bauch, H. Khorram und J. Hagenauer, „Iterative Equalization and Decoding in Mobile Communications Systems“. *ITG-Fachtagung „Mobile Kommunikation“*, (Bonn), 1997.
- [5] S. Benedetto, D. Divsalar, G. Montorsi und F. Pollara, „A Soft-Input Soft-Output APP Module for Iterative Decoding of Concatenated Codes“. *IEEE Communications Letters*, Band 1, S. 22–24, Jan. 1997.
- [6] T. R. Benedict und T. T. Soong, „The Joint Estimation of Signal and Noise from the Sum Envelope“. *IEEE Transactions on Information Theory*, Band 13, S. 447–454, Juli 1967.
- [7] C. Berrou und A. Glavieux, „Near Optimum Error Correcting Coding And Decoding: Turbo-Codes“. *IEEE Transactions on Information Theory*, Band 44, S. 1261–1271, Okt. 1996.
- [8] C. Berrou, A. Glavieux und P. Thitimajshima, „Near Shannon Limit Error-Correcting Coding and Decoding: Turbo-Codes“. *ICC'93*, (Geneva), S. 1064–1070, Mai 1993.
- [9] M. Bossert, A. Donder und V. Zyablov, „Coded Modulation for OFDM on Mobile Radio Channels“. *2nd European Mobile Communications Conference, EPMCC*, (Bonn), S. 109–116, Okt. 1997.
- [10] M. Bossert, A. Donder und V. Zyablov, „OFDM-Übertragung über Mobilfunkkanäle: Bemerkungen zur Kanalkapazität“. *OFDM-Fachgespräch*, (Braunschweig), Sept. 1997.
- [11] I. N. Bronstein und K. A. Semendjajew, *Taschenbuch der Mathematik*. Harri Deutsch, 24. Ausgabe, 1989.
- [12] J. B. Cain, G. C. Clark und J. M. Geist, „Punctured Convolutional Codes of Rate $(n - 1)/n$ “. *IEEE Transactions on Information Theory*, Band IT, S. 97–100, Jan. 1979.

- [13] G. Caire, G. Taricco und E. Biglieri, „Capacity of Bit-Interleaved Channels“. *Electronics Letters*, Band 32, Juni 1996.
- [14] G. Caire, G. Taricco und E. Biglieri, „Bit-Interleaved Coded Modulation“. *IEEE Transactions on Information Theory*, Band 44, S. 927–946, Mai 1998.
- [15] A. R. Calderbank und L. H. Ozarow, „Nonequiprobable Signaling on the Gaussian Channel“. *IEEE Transactions on Information Theory*, Band 36, S. 726–740, Juli 1990.
- [16] R. W. Chang und R. A. Gibby, „A Theoretical Study of an Orthogonal Multiplexing Data Transmission Scheme“. *IEEE Transactions on Communication Technology*, Band 16, S. 529–540, Aug. 1968.
- [17] P. S. Chow, J. M. Cioffi und J. A. C. Bingham, „A Practical Discrete Multitone Transceiver Algorithm for Data Transmission over Spectrally Shaped Channels“. *IEEE Transactions on Communications*, Band 43, S. 773–775, February/March/April 1995.
- [18] J. M. Cioffi, G. P. Dudevoir, M. V. Eyuboglu und J. G. D. Forney, „MMSE Decision-Feedback Equalizers and Coding – Part II: Coding Results“. *IEEE Transactions on Communications*, Band 43, S. 2595–2604, Okt. 1995.
- [19] F. Claßen, *Systemkomponenten für eine terrestrische digitale mobile Breitbandübertragung*. Shaker Verlag, 1996.
- [20] L. W. Couch, *Digital and Analog Communication Systems*. Prentice Hall, 4. Ausgabe, 1993.
- [21] T. Cover und J. A. Thomas, *Elements of Information Theory*. John Wiley & Sons, 1991.
- [22] D. Divsalar und F. Pollara, „Multiple Turbo Codes for Deep-Space Communications“. *TDA Progress Report 42-120*, S. 66–76, Mai 1995.
- [23] D. Divsalar und F. Pollara, „Turbo Codes for Deep-Space Communications“. *TDA Progress Report 42-120*, S. 29–39, Feb. 1995.
- [24] B. Dorsch, *Codierung zur Fehlerkorrektur*. Vorlesungsskript, Technische Hochschule Darmstadt.
- [25] T. Ennaciri und P. Fortier, „Analyse des performance d’un système de communication numérique à porteuse multiples TCM-OFDM dans le canal radio mobile“. *Canadien Conference on Electrical and Computer Engineering*, (Montreal), S. 644–647, 1995.
- [26] T. Ericson, „A Gaussian Channel With Slow Fading“. *IEEE Transactions on Information Theory*, Band 16, S. 353–355, Mai 1970.
- [27] ETSI-BRAN, „HIPERLAN Type 2 Functional Specification Part 1 – Physical layer“. Sept. 1999.

- [28] ETSI-BRAN#9, „Document 30701F, Criteria for comparison“. S. 7, 1998.
- [29] R. F. H. Fischer und J. B. Huber, „A New Loading Algorithm for Discrete Multitone Transmission“. *Globecom*, (London), S. 724–728, Nov. 1996.
- [30] B. L. Floch, M. Alard und C. Berrou, „Coded Orthogonal Frequency Division Multiplexing“. *Proceedings of the IEEE*, Band 83, S. 982–996, Juni 1995.
- [31] G. D. Forney, „Trellis Shaping“. *IEEE Transactions on Information Theory*, Band 38, S. 281–300, März 1992.
- [32] G. D. Forney und M. V. Eyuboğlu, „Combined Equalization and Coding Using Precoding“. *IEEE Communications Magazine*, S. 25–34, Dez. 1991.
- [33] A. J. Goldsmith und S.-G. Ghua, „Variable-Rate Variable-Power MQAM for Fading Channels“. *IEEE Transactions on Communications*, Band 45, S. 1218–1230, Okt. 1997.
- [34] J. Hagenauer, E. Offer und L. Papke, „Iterative Decoding of Binary Block and Convolutional Codes“. *IEEE Transactions on Information Theory*, Band 42, S. 429–445, März 1996.
- [35] E. Hänsler, *Statistische Signale*. Springer, 1991.
- [36] U. Hansson und T. M. Aulin, „Channel Symbol Expansion Diversity - Improved Coded Modulation for the Rayleigh Fading Channel“. *ICC'96*, (Dallas, TX), S. 891–896, Juni 1996.
- [37] S. Haykin, *Adaptive Filter Theory*, Kap. 11. Prentice Hall, 3. Ausgabe, 1996.
- [38] P. Höher, *Kohärenter Empfang trelliscodierter PSK-Signale auf frequenzselektiven Mobilfunkkanälen – Entzerrung, Decodierung, und Kanalparameterschätzung*. VDI-Verlag, 1989.
- [39] P. Höher, S. Kaiser und P. Robertson, „Two-Dimensional Pilot-Symbol-Aided Channel Estimation by Wiener Filtering“. *ICASSP '97*, (München), S. 1845–1848, Sept. 1997.
- [40] J. Huber, U. Wachsmann und R. Fischer, „Coded Modulation by Multilevel-Codes: Overview and State of the Art“. *ITG Fachtagung für Codierung, Quelle, Kanal und Übertragung*, (Aachen), S. 255–265, März 1998.
- [41] J. Hübner. Persönliche Kommunikation.
- [42] W. C. Jakes, *Microwave Mobile Communications*. IEEE Press, 1974.
- [43] R. Johannesson, *Informationstheorie*. Addison-Wesley, 1992.
- [44] H. Kaluzni. Persönliche Kommunikation.

- [45] J. Khun-Jush, P. Schramm, U. Wachsmann und F. Wenger, „Structure and Performance of the HIPERLAN/2 Physical Layer“. *VTC Fall '99*, (Amsterdam), S. 2667–2671, Sept. 1999.
- [46] J. Kim, J.-T. Chen und J. M. Cioffi, „Low Complexity Bit Mapping Algorithm for Multi-Carrier Communication Systems with Fading Channels“. *ICUPC '98*, S. 927–931, 1998.
- [47] J. P. Lauer und J. M. Cioffi, „A Turbo Trellis Coded Discrete Multitone Transmission System“. *Globecom '99*, (Rio de Janeiro), S. 2581–2585, Dez. 1999.
- [48] E. A. Lee und D. G. Messerschmidt, *Digital Communication*. Kluwer Academic Publishers, 1994.
- [49] X. Li und J. A. Ritcey, „Bit-Interleaved Coded Modulation with Iterative Decoding“. *IEEE Communications Letters*, Band 1, S. 169–171, Nov. 1997.
- [50] X. Li und J. A. Ritcey, „Bit-Interleaved Coded Modulation with Iterative Decoding“. *ICC'99*, (Vancouver), S. 858–863, Juni 1999.
- [51] J. L. Massey, „Coding and Modulation in Digital Communications“. *Int. Zürich Seminar on Digital Communications*, (Zürich), S. E2(1)–E2(4), März 1974.
- [52] H. Meyr, M. Moeneclaey und S. A. Fechtel, *Digital Communication Receivers*. John Wiley & Sons, 1998.
- [53] P. H. Moose, „A Technique for Orthogonal Frequency Division Multiplexing Offset Correction“. *IEEE Transactions on Communications*, Band 42, S. 2908–2914, Okt. 1994.
- [54] J. G. Proakis, *Digital Communications*. McGraw-Hill, 1995.
- [55] H. Rohling und R. Grünheid, „Performance of an OFDM-TDMA Mobile Communication System“. *VTC'96*, (Atlanta, USA), S. 1589–1593, Apr. 1996.
- [56] H. Rohling und R. Grünheid, „Adaptive Coding and Modulation in an OFDM-TDMA Communication System“. *VTC'98*, (Ottawa, Canada), S. 773–776, Mai 1998.
- [57] H. Rohling, T. May, K. Brüninghaus und R. Grünheid, „Broad-Band OFDM Radio Transmission for Multimedia Applications“. *Proceedings of the IEEE*, Band 87, S. 1778–1789, Okt. 1999.
- [58] W. E. Ryan, „A Turbo Code Tutorial“. Nicht veröffentlicht, erhältlich unter <http://www.ece.arizona.edu/~ryan>.
- [59] M. Schmidt. Persönliche Kommunikation.
- [60] P. Schramm, „Multilevel Coding with Independent Decoding on Levels for Efficient Communication on Static and Interleaved Fading Channels“. *PIMRC'97*, S. 1196–1200, 1997.

- [61] H. W. Schüßler, *Digitale Signalverarbeitung 1*. Springer-Verlag, 1994.
- [62] D. Sommer und G. Fettweis, „Coherent OFDM Transmission at 60 GHz“. *Vehicular Technology Conference, VTC Fall '99*, S. 1545–1549, Sept. 1999.
- [63] D. Sommer und G. Fettweis, „Signal Shaping by Non-Uniform QAM for AWGN Channels and Applications Using Turbo Coding“. *3rd ITG Conference Source and Channel Coding*, (München), S. 81–86, Jan. 2000.
- [64] D. Sommer und G. Fettweis, „Aspects of Coding and Modulation for OFDM“. *6th International OFDM Workshop*, (Hamburg, Germany), S. 21/1–4, Sept. 2001.
- [65] D. Sommer, F. Poegel, G. Fettweis und A. Finger, „Coded OFDM at 60 GHz: System Aspects and Measurement Results“. *4. OFDM-Fachgespräch*, (Hamburg, Germany), Sept. 1999.
- [66] M. Speth, S. A. Fechtel, G. Fock und H. Meyr, „Optimum Receiver Design for Wireless Broad-Band Systems using OFDM - Part I“. *IEEE Transactions on Communications*, Band 47, S. 1668–1677, Nov. 1999.
- [67] L. Sylla, P. Fortier und H. T. Huynh, „Performance of COFDM Using Turbo Codes“. *Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering*, (Edmonton), Mai 1999.
- [68] T. Tödtmann, „Optimierung von Signalraumteilungen für eine hierarchische Übertragung (in German)“. *ITG Fachtagung für Codierung, Quelle, Kanal und Übertragung*, (Aachen), März 1998.
- [69] G. Ungerböck, „Channel Coding with Multilevel Phase Signals“. *IEEE Transactions on Information Theory*, Band 28, S. 55–67, Jan. 1982.
- [70] A. J. Viterbi, J. K. Wolf, E. Zehavi und R. Padovani, „A Pragmatic Approach to Trellis-Coded Modulation“. *IEEE Communications Magazine*, Band 7, S. 11–19, Juli 1989.
- [71] U. Wachsmann, R. F. H. Fischer und J. B. Huber, „Multilevel Coding: Theoretical Concepts and Practical Design Rules“. *IEEE Transactions on Information Theory*, Band 45, S. 1361–1391, Juli 1999.
- [72] S. B. Weinstein und P. M. Ebert, „Data Transmission by Frequency-Division Multiplexing Using the Discrete Fourier Transform“. *IEEE Transactions on Communication Technology*, S. 628–634, Okt. 1971.
- [73] D. Wenzel, „Digital Audio Broadcasting/1“. *ELRAD*, S. 83–88, 1996/1.
- [74] E. Zehavi, „8-PSK Trellis Codes for a Rayleigh Channel“. *IEEE Transactions on Communications*, Band 40, S. 873–884, Mai 1992.
- [75] W. Y. Zou und Y. Wu, „COFDM: An Overview“. *IEEE Transactions on Broadcasting*, Band 41, S. 1–8, März 1995.

A Verzeichnis der verwendeten Symbole und Abkürzungen

A.1 Symbole

$a(k)$	Sendefolge im Zeitbereich
$A(l)$	Sendefolge im Frequenzbereich
$\tilde{A}(l)$	Schätzwert für $A(l)$ nach der linearen Entzerrung am Empfänger
β	Roll-Off-Faktor des idealen $\sqrt{\text{Nyquist}}$ -Empfangsfilters
C_0	Kanalkapazität unter der Annahme eines gaußschen Sendetalphabetes
C_{SS}	Kanalkapazität unter Verwendung einer bestimmten Signalkonstellation
C_{PD}	C_{SS} mit Einschränkung der Modulation/Codierung auf BICM/PD
$c_c(t)$	Zeitkontinuierliche Impulsantwort des Sendefilters
f_g	Bandbreite/Grenzfrequenz des OFDM-Systems, $f_g = 1/T$
δf	Frequenzversatz relativ zum Unterträgerabstand, $\delta f = \Delta f / f_{sc}$
Δf	Frequenzversatz bei der Übertragung
δ_k	Kronecker-Delta-Funktion
E_s	Sendeenergie pro Modulationssymbol
$E_{s,\text{OFDM}}$	Sendeenergie pro OFDM-Symbol
$\eta(t)$	Rauschen im Zeitbereich nach dem Empfangsfilter
$\eta'(t)$	Rauschen im Zeitbereich vor dem Empfangsfilter
f_c	Trägerfrequenz
f_{sc}	Unterträgerabstand des OFDM-Symbols
$H(\mathbf{X})$	Entropie von \mathbf{X}
$\hat{H}(l)$	Schätzwerte der Unterträgercharakteristika
$h_c(t)$	Kombinierte Impulsantwort $h_{c,tx}(t) * h_{c,ch}(t) * h_{c,rx}(t)$
$h'_c(t)$	Kombinierte Impulsantwort $h_{c,tx}(t) * h_{c,ch}(t)$
$h_{c,ch}(t)$	Zeitkontinuierliche Impulsantwort des Kanals
$h_{c,rx}(t)$	Zeitkontinuierliche Impulsantwort des Empfangsfilters
$h_{c,tx}(t)$	Zeitkontinuierliche Impulsantwort des Sendefilters
$I(\mathbf{X}, \mathbf{Y})$	Transinformation zwischen \mathbf{X} und \mathbf{Y}
L	Länge der Kanal-Impulsantwort
l_s	Überabtast-Faktor
m_q	Anzahl der Bits pro QAM-Symbol
M_q	Modulationswertigkeit der QAM-Modulation, $M_q = 2^{m_q}$
N	Anzahl der Abtastwerte des nicht erweiterten OFDM-Symbols
$n(l)$	Rauschen auf den Unterträger nach der DFT am Empfänger

N_c	Anzahl der codierten Bits eines Bursts
N_G	Anzahl der Abtastwerte des Guard-Intervalls
\mathbb{N}_p	Menge der für Piloten benutzten Subträgerindizes, $\mathbb{N}_p = \{-21, -7, 7, 21\}$ für Hiplerlan/2
N_p	Anzahl der für Piloten benutzten Unterträger, Mächtigkeit von \mathbb{N}_p
N_s	Anzahl der OFDM-Symbole eines Bursts
\mathbb{N}_t	Menge der für Daten benutzten Subträgerindizes, $\mathbb{N}_t = \mathbb{Z}_{-26}^{26} \setminus \{-21, -7, 0, 7, 21\}$
\mathbb{N}_{tp}	$\mathbb{N}_{tp} = \mathbb{N}_p \cup \mathbb{N}_p = \mathbb{Z}_{-26}^{26} \setminus \{0\}$
N_t	Anzahl der für Daten benutzten Unterträger, Mächtigkeit von \mathbb{N}_t
N_u	Anzahl der uncodierten Bits eines Bursts
$r_c(t)$	Zeitkontinuierliches Empfangssignal
$R(l)$	Transformierte Empfangsfolge
R_c	Coderate
R_m	Modulationsrate, $R_m = R_c m_q$
S_a	Mittlere Signalleistung der Zeitbereichswerte am Sender
S_A	Mittlere Signalleistung auf den Unterträgern am Sender
S_L	Maximaler „Fülllevel“ für Water-Filling
S_Y	Mittlere Signalleistung auf den Unterträgern am Empfänger
$s_{c,tx}$	Zeitkontinuierliches Sendesignal
SNR_c	Aktuell geschätztes SNR eines bestimmten OFDM-Symbols
$\overline{\text{SNR}}_c$	Mittleres SNR auf den Unterträgern, entspricht näherungsweise dem E_s/N_0
SNR_0	Angenommenes SNR zur Ermittlung der Kapazität/der Übertragungsmodi
$\text{SNR}_{c,0}$	Auf Basis der Kanalschätzung und des SNR_0 berechnetes SNR des aktuellen Bursts
SNR_{\min}	SNR des schlechtesten verwendeten Unterträgers bei vereinfachtem Water-Filling
σ_n^2	Rauschleistung nach der FFT
T	Abtastzeit (Sampling time)
T_0	Reguläre (nicht erweiterte) Dauer des OFDM-Symbols
T_G	Schutzzeit (Guard time) des OFDM-Symbols
T_L	Dauer der kombinierten Impulsantwort aus Sendefilter und Kanal
T_{l_s}	Abtastzeit des um den Faktor l_s überabgetasteten Systems, $T_{l_s} = T/l_s$
$\text{si}(x)$	$\sin(x)/x$
$\underline{x}_n[i](l)$	i -tes Bit des zum n -ten OFDM-Symbol gehörenden l -ten Trägers
$y_c(t)$	Zeitkontinuierliches Empfangssignal (ohne Rauschen)
$Y(l)$	DFT-transformiertes Empfangssignal
\mathbb{Z}_a^b	Menge der ganzen Zahlen von a bis b
\mathbb{Z}_N	Menge der ganzen Zahlen von $-N/2$ bis $N/2 - 1$

A.2 Abkürzungen

AKF	Autokorrelationsfunktion
-----	--------------------------

AWGN	Additive White Gaussian Noise
A-CDMA	Asynchroner Codevielfachzugriff
CDMA	Code Division Multiple Access
CSI	Channel State Information
DFT	Diskrete Fouriertransformation
DS-CDMA	Direct Sequence Code Division Multiple Access
FDMA	Frequency Division Multiple Access
FH	Frequency Hopping
ICI	Inter Channel Interference
IDFT	Inverse Diskrete Fouriertransformation
ISI	Intersymbolinterferenz
LFSR	Linear Feedback Shift Register
MLC	Multi Level Coding
MSD	Multi Stage Decoding
OFD	Optimum Free Distance
OFDM	Orthogonal Frequency Division Multiplexing
QAM	Quadraturamplitudenmodulation
SCT	Single Carrier Transmission
TDMA	Time Division Multiple Access
WF1	Optimales Water-Filling
WF2	Vereinfachtes Water-Filling
WF3	Vereinfachtes Water-Filling bei vereinfachter Trägerauswahl

B Verschiedenes

B.1 Turbo-Codes der Rate 1/4 und 1/6

Nachfolgend soll die Erzeugung von Turbo-Codes der Rate $R_c = 1/4$ und $R_c = 1/6$ am Beispiel des 1/4-Raten-Codes erläutert werden. Ein ähnlicher Ansatz ist in [23] zu finden.

B.1.1 Encoder

Als Polynome der Komponentencodes mit der Einflußlänge $M = 5$ dienen 25, 33 und 37 (oktale Darstellung), die eine optimale freie Distanz aufweisen [24, Kap. 6]. Um einen rekursiven, systematischen Code zu erzeugen, wird das erste Polynom als Rückkopplungspolynom benutzt. Für beide Komponenten-Encoder wird jeweils der gleiche Code verwendet. Die Rate

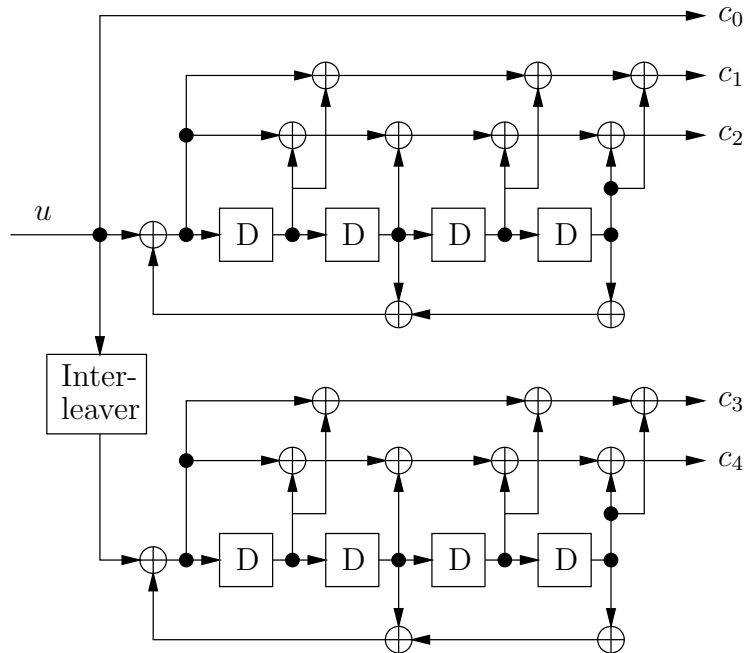


Bild B.1: Turbo-Coder der Rate $R_c = 1/5$, Polynome 25, 33 und 37

des Codierschemas kann durch Punktierung erhöht werden [12]. Beschreibt man den Ausgang des Turbo-Coder für jedes uncodierte Eingangsbit u durch das 5-Tuple $(c_0, c_1, c_2, c_3, c_4)$, mit $c_0 = u$, so lautet das zugehörige Punktierungsschema 11110 11011 11101 10111. Eine „1“

bedeutet hierbei, daß das entsprechende Bit gesendet, eine „0“, daß das Bit gelöscht wird. Es werden also gleichmäßig nur Paritätsbits gelöscht. Der Encoder ist in Bild B.1 dargestellt.

B.1.2 Decodierung

Die Decodierung von Turbo-Codes ist z. B. in [8, 22, 58] beschrieben und soll hier nicht wiederholt werden. In der vorliegenden Arbeit wird der MAP-Algorithmus angewandt, ohne die meist übliche Max-Log-Approximation. Bei der Verwendung von Komponenten-Codes der Rate $R_c = 1/3$ ist zu beachten, daß bei der Durchführung des MAP-Algorithmus im Vergleich zu den meist üblichen Komponenten-Codes mit $R_c = 1/2$ ein zusätzliches Kantengewicht auftritt. Hierdurch wird die Komplexität des Decodiervorgangs etwas erhöht.

B.1.3 Codes der Rate $R_c = 1/6$

Das Vorgehen ist analog zum Code der Rate $R_c = 1/4$, als Polynome dienen 25, 27, 33 und 37. Der entstehende Code der Rate $R_c = 1/7$ wird nach dem Schema 1111110 1110111

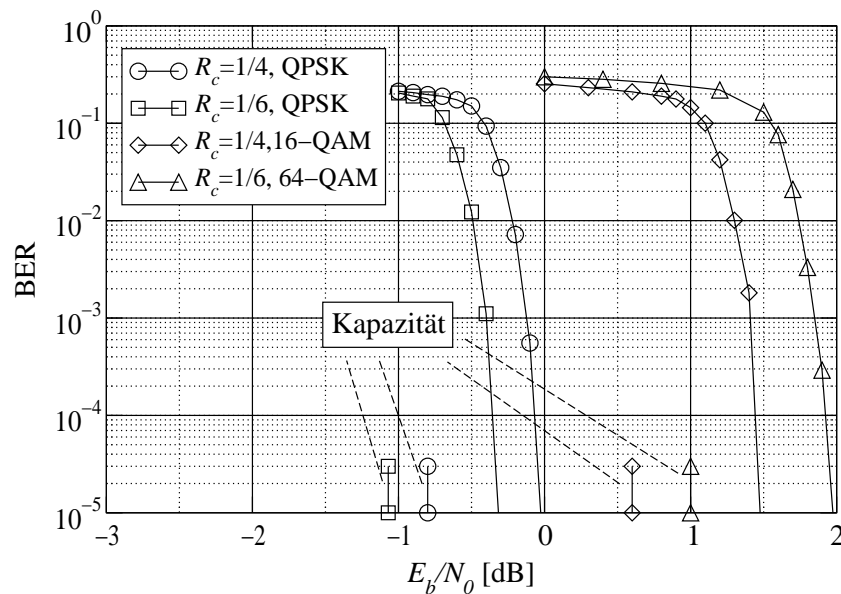


Bild B.2: Bitfehlerrate der verwendeten niedriggradigen Turbo-Codes im AWGN-Kanal mit $R_c = 1/4$ und $R_c = 1/6$ jeweils mit QPSK und bei 1 Nettobit pro Modulationsymbol bei Benutzung von BICM/PD.

1111101 1101111 1111011 1011111 punktiert, und bei der Decodierung treten gegenüber dem Code der Rate $R_c = 1/2$ zwei zusätzliche Kantengewichte im Trellis auf.

B.1.4 Evaluierung

Exemplarisch werden die Bitfehlerkurven in Bild B.2 gezeigt. Gegenübergestellt ist zum einen das Verhalten der Codes bei QPSK-Modulation, zum anderen bei 16-QAM für den 1/4-Raten-Code und 64-QAM für den 1/6-Raten-Code, jeweils im AWGN-Kanal bei 20 Iterationen des Decoders. In allen Fällen ist das für eine Bitfehlerrate von 10^{-5} notwendige E_b/N_0 weniger als 1 dB von der Shannon-Grenze entfernt.

B.2 Leistung zeitdiskret/zeitkontinuierlich

Es gilt

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} |h(k)|^2 = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k)h^*(k) \quad (\text{B.1})$$

$$= \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k) \left(T \int_{-f_g/2}^{f_g/2} H_z(z = e^{j2\pi fT}) e^{j2\pi f kT} df \right)^* \quad (\text{B.2})$$

$$= T \int_{-f_g/2}^{f_g/2} H_z^*(z = e^{j2\pi fT}) \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k) e^{-j2\pi f kT} df \quad (\text{B.3})$$

$$= T \int_{-f_g/2}^{f_g/2} H_z^*(z = e^{j2\pi fT}) H_z(z = e^{j2\pi fT}) df \quad (\text{B.4})$$

$$= T \int_{-f_g/2}^{f_g/2} |H_z(z = e^{j2\pi fT})|^2 df. \quad (\text{B.5})$$

Mit der Energienormierung nach (2.32),

$$\int_{-\infty}^{\infty} |Th_c(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |TH_c(f)|^2 df = T, \quad (\text{B.6})$$

und der Definition der Abtastung von Impulsantworten nach Kap. 2.1.2 folgt unter Einbeziehung von

$$H_z(z = e^{j2\pi fT}) = T \frac{1}{T} \sum_{i=-\infty}^{\infty} H_c(f - if_g) \approx H_c(f) \quad |f| < f_g/2 \quad (\text{B.7})$$

folgt, daß

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} |h(k)|^2 = T \int_{-f_g/2}^{f_g/2} |H_z(z = e^{j2\pi fT})|^2 df \approx T \int_{-f_g/2}^{f_g/2} |H_c(f)|^2 df = 1. \quad (\text{B.8})$$

Ist weiterhin auch die Abtastfolge $h(k)$ zeitlich begrenzt, d.h. $h(k) \approx 0$ für $k \notin \mathbb{Z}_N$, so gilt mit $H = \text{DFT}_N\{h\}$

$$H(l) = H_z(z = e^{jl/N}) \quad (\text{B.9})$$

sowie

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} |h(k)|^2 = \sum_{k \in \mathbb{Z}_N} |h(k)|^2 = \frac{1}{N} \sum_{l \in \mathbb{Z}_N} |H(l)|^2 \approx T \int_{-f_g/2}^{f_g/2} |H_c(f)|^2 df \approx T \int_{-\infty}^{\infty} |H_c(f)|^2 df. \quad (\text{B.10})$$

Analog gilt mit Definition (2.3) für Signale

$$\sum_{k \in \mathbb{Z}_N} |x(k)|^2 = \frac{1}{N} \sum_{l \in \mathbb{Z}_N} |X(l)|^2 \approx \frac{1}{T} \int_{-f_g/2}^{f_g/2} |X_c(f)|^2 df \approx \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} |X_c(f)|^2 df. \quad (\text{B.11})$$

B.3 Diskrete Fouriertransformation einer zeitlich begrenzten Rauschfolge

Gegeben sei die stationäre Rauschfolge $\eta(k)$, $k \in \mathbb{Z}$ mit AKF

$$s_{\eta\eta}(i) = \text{E}(\eta^*(k)\eta(k+i)). \quad (\text{B.12})$$

Bildet man für Werte im Bereich $k \in \mathbb{Z}_{-N/2}^{N/2-1}$ die DFT,

$$n(l) = \sum_{k \in \mathbb{Z}_N} \eta(k) e^{-j2\pi kl/N}, \quad l \in \mathbb{Z}_{-N/2}^{N/2-1}, \quad (\text{B.13})$$

so ergibt sich für die AKF der transformierten Folge

$$s_{nn}(l_1, l_2) = \text{E}(n^*(l_1)n(l_2)) \quad (\text{B.14})$$

$$= \text{E} \left(\sum_{k_1 \in \mathbb{Z}_N} (\eta(k_1) e^{-j2\pi k_1 l_1/N})^* \sum_{k_2 \in \mathbb{Z}_N} (\eta(k_2) e^{-j2\pi k_2 l_2/N}) \right) \quad (\text{B.15})$$

$$= \sum_{k_1 \in \mathbb{Z}_N} \sum_{k_2 \in \mathbb{Z}_N} \text{E}(\eta^*(k_1) e^{j2\pi k_1 l_1/N} \eta(k_2) e^{-j2\pi k_2 l_2/N}), \quad l_1, l_2 \in \mathbb{Z}_N. \quad (\text{B.16})$$

Die Terme $e^{j(\dots)}$ können bez. der Erwartungswertbildung ausgeklammert werden, so daß

$$s_{nn}(l_1, l_2) = \sum_{k_1 \in \mathbb{Z}_N} \sum_{k_2 \in \mathbb{Z}_N} \text{E}(\eta^*(k_1)\eta(k_2)) e^{j2\pi k_1 l_1/N} e^{-j2\pi k_2 l_2/N} \quad (\text{B.17})$$

$$= \sum_{k_1 \in \mathbb{Z}_N} \sum_{k_2 \in \mathbb{Z}_N} s_{\eta\eta}(k_2 - k_1) e^{j2\pi k_1 l_1/N} e^{-j2\pi k_2 l_2/N}. \quad (\text{B.18})$$

Im Fall, daß die Folge η weiß ist, $s_{\eta\eta}(i) = \sigma_\eta^2 \delta_k(i)$, folgt

$$s_{nn}(l_1, l_2) = \sum_{k_1 \in \mathbb{Z}_N} \sum_{k_2 \in \mathbb{Z}_N} \delta_k(k_2 - k_1) e^{j2\pi k_1 l_1/N} e^{-j2\pi k_2 l_2/N} \quad (\text{B.19})$$

$$= \sum_{k_1 \in \mathbb{Z}_N} e^{-j2\pi k_1 (l_2 - l_1)/N} = N \sigma_\eta^2 \delta_k(l_2 - l_1), \quad l_1, l_2 \in \mathbb{Z}_N. \quad (\text{B.20})$$

Das Rauschen ist dann also auch nach der DFT weiß mit Varianz $\sigma_n^2 = N\sigma_\eta^2$, bzw. die Werte der Rauschfolge n sind unkorreliert.

Im allgemeinen, d.h. bei Korrelation der Werte der Rauschfolge η , sind die Werte auch nach der Transformation korreliert. Allerdings läßt sich eine zumindest näherungsweise Unkorreliertheit wie folgt begründen. In einem OFDM-System sind die Kanalimpulsantworten i. a. relativ kurz im Vergleich zur Länge des OFDM-Symbols, d.h. $L \ll N$, wobei L die Länge der Impulsantwort des Empfangsfilters $h_{c,rx}$ sei. Das zunächst weiße gaußsche Rauschen durchläuft vor der Abtastung das Empfangsfilter $h_{c,rx}$. Dann gilt $s_{\eta_c\eta_c}(t) \approx 0$ für $|t| > 2LT$. Somit ist

$$s_{\eta\eta}(i) = s_{\eta_c\eta_c}(iT) \approx 0 \quad \text{für } |i| \geq 2L. \quad (\text{B.21})$$

Bezüglich der $s_{nn}(l_1, l_2)$ nach (B.18) kann man dann drei Fälle unterscheiden. Mit $k = k_2 - k_1$ und $l = l_1 - l_2, l_1, l_2 \in \mathbb{Z}_N$ folgt:

1. für $k = 0$:

$$s'_{nn}(l_1, l_2) = \sum_{k_1 \in \mathbb{Z}_N} s_{\eta\eta}(0) e^{-j2\pi k_1(l_2 - l_1)/N} = N s_{\eta\eta}(0) \delta_k(l_2 - l_1). \quad (\text{B.22})$$

2. $0 < |k| < 2L$:

$$s''_{nn}(l_1, l_2) = \sum_{k_1 \in \mathbb{Z}_N} \sum_{k_2 \in \mathbb{Z}_N} s_{\eta\eta}(k_2 - k_1) e^{j2\pi k_1 l_1/N} e^{-j2\pi k_2 l_2/N} \quad (\text{B.23})$$

$$\approx \begin{cases} N \sum_{\substack{k=-(2L-1) \\ k \neq 0}}^{2L-1} s_{\eta\eta}(k) e^{-j2\pi k l_1/N} & \text{für } l_2 - l_1 = 0 \\ 0 & \text{für } l_2 - l_1 \neq 0 \end{cases}, \quad (\text{B.24})$$

denn für $l_2 - l_1 = 0$ und festes $k = k_2 - k_1$ werden $N - |k_2 - k_1| \approx N$ Werte von $s_{\eta\eta}(k_2 - k_1)$ jeweils phasengleich aufaddiert. Demgegenüber werden die Werte $s_{\eta\eta}(k_2 - k_1)$ für $l_2 - l_1 \neq 0$ mit einem sich drehenden, fast vollständig umlaufenden Zeiger gewichtet, so daß sich in der Summe ≈ 0 ergibt.

3. $|k_2 - k_1| \geq 2L$:

$$s'''_{nn}(l_1, l_2) = \sum_{k_1 \in \mathbb{Z}_N} \sum_{k_2 \in \mathbb{Z}_N} s_{\eta\eta}(k_2 - k_1) e^{j2\pi k_1 l_1/N} e^{-j2\pi k_2 l_2/N} = 0, \quad \forall l_1, l_2, \quad (\text{B.25})$$

da $s_{\eta\eta}(k_2 - k_1) = 0$.

Die gesamte AKF $s_{nn}(l_1, l_2)$ ergibt sich dann als

$$s_{nn}(l_1, l_2) = s'_{nn}(l_1, l_2) + s''_{nn}(l_1, l_2), \quad (\text{B.26})$$

sodaß man insgesamt

$$s_{nn}(l_1, l_2) \approx \begin{cases} N \sum_{k=-(2L-1)}^{2L-1} s_{\eta\eta}(k) e^{-j2\pi k l_1/N} & \text{für } l_2 - l_1 = 0 \\ 0 & \text{für } l_2 - l_1 \neq 0 \end{cases} \quad (\text{B.27})$$

erhält. Damit ist die Varianz des Rauschens auf den Unterträgern näherungsweise proportional zur DFT der AKF von η . Der Rauschprozess der transformierten Folge ist deshalb nicht stationär, aber zumindest näherungsweise weiß.

B.4 Begründung für den Error-Floor beim Kanalmodell C

Beim Kanalmodell C nach Abs. 5.2.2 übersteigt die Verzögerung der letzten Kanaltaps die Dauer der zyklischen Erweiterung. Daher kommt es zu einer geringen Intersymbolinterferenz zwischen den OFDM-Symbolen. Da keine Entzerrung stattfindet, ist dieser Term als störendes Rauschen anzusehen. Unter Vernachlässigung der zusätzlichen Verzögerung durch Sende- und Empfangsfilter berechnet sich das nur durch ISI entstehende mittlere Signal-zu-Interferenz-Verhältnis (Signal-to-Interference-Ratio, SIR) zu

$$\text{SIR}_{\text{ISI}} = 10 \log_{10} \frac{\sum_{i \in \mathcal{N}_i} |\bar{h}_c(i)|^2}{\sum_{\substack{i \in \mathcal{N}_i \\ i > 64}} \frac{i-64}{64} |\bar{h}_c(i)|^2} [\text{dB}] = 32 [\text{dB}], \quad (\text{B.28})$$

wobei \mathcal{N}_i die Menge der Indizes der Zeitpunkte für die Kanalabtastwerte bei vierfacher Überabtastung nach Tab. 5.1 darstellt und $|\bar{h}_c(i)|^2$ den Betrag der Varianz der zugehörigen Kanalkoeffizienten.

Der Nenner in (B.28) erklärt sich dadurch, daß die die Dauer der zyklischen Erweiterung übersteigenden Kanalabtastwerte nur zu einem Anteil $(i - 64)/64$ das folgende OFDM-Symbol beeinflussen. In Wirklichkeit sollte das SIR_{ISI} noch etwas geringer sein, da die Verzögerung durch die Sende- und Empfangsfilter noch mit in die Berechnung eingeht. Somit wird in keinem Fall Gesamt-SNR > 30 dB erreicht und im Modus 7 keine akzeptable Bitfehlerrate.

